

РАДИОТЕХНИКА



О.М. Булгаков,
доктор технических наук, профессор



М.В. Таравков

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИНДУКЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТРАНЗИСТОРНЫХ ЯЧЕЕК МОЩНЫХ ВЧ (СВЧ) ТРАНЗИСТОРОВ В СРЕДЕ СХЕМОТЕХНИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ NI MULTISIM

APPROACHES TO MODELLING OF INDUCTIVE INTERACTION OF POWERFUL VHF (UHF) TRANSISTORS UNITS BY THE MEANS OF THE “NI MULTISIM”

Рассмотрен способ представления индукционного взаимодействия транзисторных ячеек мощного ВЧ (СВЧ) транзистора в среде схемотехнического моделирования NI Multisim. Описаны варианты задания индуктивной связи посредством различных моделей компонентов, проанализированы их достоинства и недостатки.

The representation way of inductive interaction of powerful VHF (UHF) transistor units in the electronic schematic capture and simulation program NI MULTISIM is considered. Variants of the description of inductive communication by means of various components models, their advantages and weaknesses are analyzed.

Одной из причин отказов мощных ВЧ (СВЧ) транзисторов является неравномерное распределение мощности по транзисторным ячейкам (ТЯ). Даже при однородности топологии ТЯ их размещение в корпусе транзистора характеризуется пространственной неоднородностью относительно оси симметрии OO_1 (рис.1). Центр ряда ТЯ подвержен большему, по сравнению с периферией, воздействию со стороны соседних ТЯ. Одним из механизмов воздействия ячеек друг на друга является индукционное взаимодействие рабочих токов, протекающих по монтажно-соединительным и конструкционным элементам транзистора и порождающих магнитные потоки самоиндукции и

взаимоиндукции. Результатом взаимодействия является неоднородность индуктивно обусловленных параметров, основными из которых являются индуктивность общего вывода L_0 и полная эквивалентная индуктивность входной цепи L_1 , определяющих усилительные и широкополосные свойства транзистора [1].

Для анализа работы и прогнозирования отказов мощных ВЧ (СВЧ) транзисторов разработано семейство моделей, отличающихся детальностью описания (степенью приближения к реальным физическим процессам), сложностью математического аппарата и интерпретацией отдельных видов взаимодействия ТЯ [2]. Некоторые из них позволяют использовать прикладные программные средства, облегчающие ввод и представление топологических параметров и эквивалентных схем. Среди них Microwave office, SimOne, HSPICE, SPECTRE, Multisim. Однако основной проблемой их полноценного применения является сложность учета конструктивных особенностей транзистора.

Основная идея моделирования индукционного взаимодействия в среде схемотехнического моделирования NI Multisim заключается в представлении транзистора эквивалентной схемой из индуктивностей, характер соединения которых по отношению к источнику входного сигнала и нагрузке, а также степень индуктивной связи определяются типом конструкции транзистора (наличие внутри корпуса звеньев согласующих цепей, количество и расположение ТЯ, наличие осевой симметрии токоведущих элементов и т.д.) и геометрическими параметрами его элементов.

Рассмотрим построение эквивалентной схемы на примере транзистора без внутренних согласующих цепей и предназначенного для работы в схеме с общим эмиттером (ОЭ), конструкция которого изображена на рис. 1.

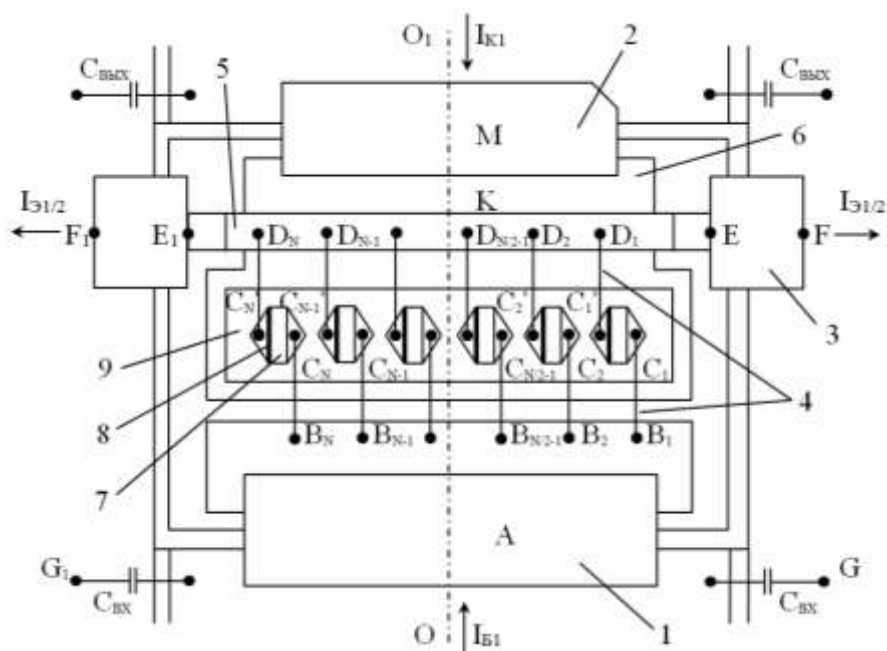


Рис. 1. Мощный ВЧ (СВЧ) транзистор без элементов внутреннего согласования на плате усилительного каскада с ОЭ: 1 — базовый вывод; 2 — коллекторный вывод; 3 — эмиттерный вывод; 4 — проволочные проводники; 5 — балка; 6 — коллекторная металлизация; 7 — транзисторная ячейка; 8 — балластный резистор; 9 — транзисторный кристалл

Входной базовый ток протекает по контурам $AB_iC_iC_i'D_iEFG$ и $AB_iC_iC_i'D_iE_1F_1G_1$. Каждой ТЯ принадлежит по два контура $AB_iC_iC_i'D_iEFG$ и $AB_iC_iC_i'D_iE_1F_1G_1$, образованных тремя ветвями D_iEFG , $D_iE_1F_1G_1$ и $AB_iC_iC_i'D_i$, последняя из которых общая. Контур замыкаются в местах присоединения конденсаторов входной согласующей цепи $C_{вх}$ к плате усилителя. По эмиттерному выводу $C_i'D_iEFG$ ($C_i'D_iE_1F_1G_1$) помимо базового тока протекает коллекторный ток $I_{к1}$. Каждый контур будем считать независимым и отражать на эквивалентной электрической схеме транзистора в виде отдельной катушки индуктивности. С учетом особенностей протекания тока эквивалентная электрическая схема примет вид, изображенный на рис. 2.

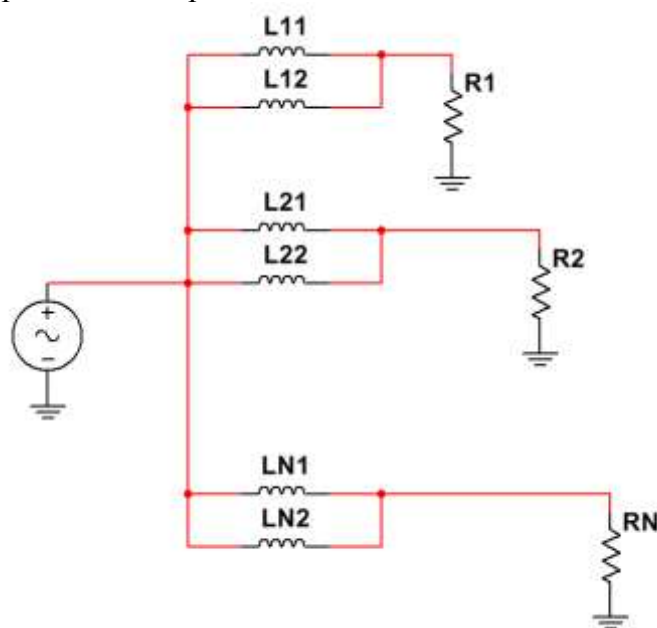


Рис. 2. Эквивалентная электрическая схема транзистора:
LN1, LN2 — контурные индуктивности; RN — активная составляющая входного импеданса транзисторной ячейки

Индуктивность контуров и коэффициент связи между ними определяется геометрическими размерами элементов, входящих в их состав, а также взаиморасположением токоведущих элементов и контура. Для их расчета удобнее пользоваться определением геометрического индуктивного фактора (ГИФ), как параметра, объединяющего понятия индуктивности и коэффициента взаимоиндукции [3]. Для задания величины индуктивной связи в NI Multisim коэффициент связи K_c рассчитывается в соответствии с выражением

$$K_c = \frac{M}{\sqrt{L_{N1} \cdot L_{N2}}}, \quad (1)$$

где M — коэффициент взаимоиндукции; L_{N1} , L_{N2} — индуктивности контуров, принадлежащих N-й транзисторной ячейке.

Возможности NI Multisim позволяют задавать индуктивную связь между цепями несколькими способами. Каждый из них отличается адекватностью используемой SPICE модели связующего компонента (степенью приближения к реальным физическим процессам в индуктивно связанных цепях), определяемой количеством задаваемых параметров, наглядностью и удобством применения. Рассмотрим их по отдельности.

Первый способ — использование различных моделей трансформаторов с подключением выводов обмоток к связываемым цепям. К ним относятся такие модели, как NLT_VIRTUAL и TS_VIRTUAL семейства BASIC_VIRTUAL, TRANSFORMER_CT_RATED и TRANSFORMER_RATED семейства RATED_VIRTUAL, модели семейства TRANSFORMER, в том числе COUPLED_INDUCTORS. Из всех перечисленных моделей наиболее подходящей для моделирования индуктивно связанных цепей с точки зрения задаваемых свойств подходит модель COUPLED_INDUCTORS (рис. 3), электрическими параметрами которой являются: индуктивность первичной обмотки (*primary coil inductance*), индуктивность вторичной обмотки (*secondary coil inductance*) и коэффициент связи (*coefficient of coupling*).

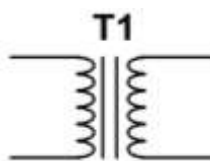


Рис. 3. Условное графическое обозначение модели COUPLED_INDUCTORS

Тип включения обмоток трансформатора (согласное или встречное) задается ориентацией его зажимов относительно направлений протекания токов и положительного обхода связываемых цепей.

Достоинством данного способа является наглядность представления индуктивно связанных цепей. Однако, ввиду того что в индукционном взаимодействии помимо входных токов участвуют выходные токи, при увеличении количества N транзисторных ячеек и связанных с ними контуров применение данного способа влечет к увеличению количества моделей, что в свою очередь существенно усложняет графическое представление и дальнейший анализ схемы.

Второй способ — применение модели INDUCTOR_COUPLING (рис. 4), не имеющей выводов для подключения к электрической цепи и являющейся, по сути, терминалом для ввода значений параметров: перечня индуктивно связанных элементов цепи (*coupled inductor list*) и коэффициента связи (*coupling coefficient*), единого для всех индуктивно связанных элементов из перечня.

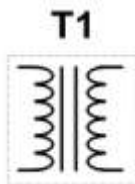


Рис. 4. Условное графическое обозначение модели INDUCTOR_COUPLING

Тип включения катушек индуктивности задается аналогично, как и в предыдущем случае.

Достоинством этого способа по сравнению с предыдущим является отсутствие электрических соединений с элементами индуктивно связанных цепей.

Так как данная модель позволяет задавать только общий коэффициент связи для нескольких индуктивно связанных элементов, ее недостаток заключается в необходимости использования отдельной модели для каждой пары индуктивно связанных элементов с различными коэффициентами связи.

Третий способ — задействование блока ARBITRARY_SPICE_BLOCK семейства BASIC_VIRTUAL, являющегося компонентом без выводов и позволяющего добавлять SPICE код напрямую через текстовое окно в NETLIST. Данный блок используется либо для моделирования схем, заданных только SPICE кодом, либо для создания индивидуального компонента для конкретной схемы.

Каждой катушке индуктивности, размещаемой в рабочем поле, по умолчанию симулятор присваивает обозначение L1, L2,...,LN, а в NETLIST идентификатор, состоящий из обозначения катушки в схеме и префикса <l>. Таким образом, каждой катушке индуктивности в NETLIST соответствуют идентификаторы lL1, lL2,...,lLN.

Для задания величины индуктивной связи между двумя элементами цепи необходимо ввести в окне «Arbitrary SPICE text» вкладки «Value» SPICE код вида <X₁ X₂ X₃ X₄>. Разработчиком NI Multisim предложена единственная форма записи этого кода, такая как <K1 LL1 LL2 0.5>, где K1 — обозначение наличия индуктивной связи; LL1, LL2 — обозначения связанных индуктивностей L1 и L2; 0.5 — коэффициент связи (вещественное число от 0 до 1) [4]. Однако при проведении экспериментов было выяснено, что симулятор распознает и другие форматы записи кода, представленные в таблице.

Альтернативные форматы SPICE кода

X ₁	X ₂	X ₃	X ₄
k в любом регистре	lL1, L11, lL1	lL2, L12, lL2	При 0<X ₄ <1 форма записи <0.5> или <.5>

Наиболее подходящим форматом с точки зрения компактности и простоты ввода является вариант вида <k lL1 lL2 .5>.

Тип включения катушек индуктивности задается аналогично, как и для первого способа.

Данный способ по сравнению с первыми двумя характеризуется компактностью описания моделей, возможностью задания в одной модели коэффициентов связи сразу для всех пар индуктивно связанных элементов, количество которых теоретически ограничивается только вычислительными мощностями симулятора.

Четвертый способ основан на нетипичном применении модели CURRENT_CONTROLLED_VOLTAGE_SOURCE управляемого током источника напряжения (рис. 5). Данная модель позволяет задавать один основной электрический параметр transresistance — активную составляющую полного взаимного сопротивления. Физический смысл этого способа основан на толковании явления взаимной индукции, заключающегося в индуцировании ЭДС в одной из индуктивно связанных цепей при изменении тока в другой. Индуцированная ЭДС может интерпретироваться как самостоятельный источник напряжения. Таким образом, произведение ωM , являющееся множителем слагаемого ωMI , входящего в состав уравнений, описывающих индуктивно связанные электрические цепи [5], может выступать в качестве взаимного сопротивления (transresistance).

Достоинством данного способа является возможность задания непосредственно величины взаимоиндукции M , что в некоторых случаях сокращает объем вычислений.

Ему присущи недостатки первого из описанных способов, в дополнение к необходимости применения двух моделей для задания одной индуктивной связи.

Электрическая цепь с индуктивно связанными элементами посредством вышеуказанной модели изображена на рис. 6.

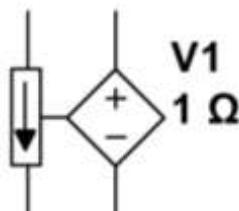


Рис. 5. Условное графическое обозначение модели CURRENT_CONTROLLED_VOLTAGE_SOURCE

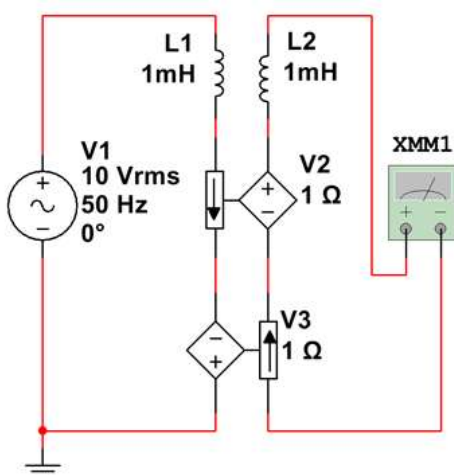


Рис. 6. Электрические цепи с индуктивной связью, заданной двумя управляемыми током источниками напряжения

В случае использования данного способа тип включения катушек индуктивности L1 и L2 (согласное или встречное) задается взаимной ориентацией зажимов управляемых током источников напряжения относительно направлений протекания токов и положительного обхода связываемых цепей.

Сравнительный анализ численных результатов моделирования индуктивной связи, задаваемой описанными способами, показал их совпадение, что свидетельствует о внутренней непротиворечивости самой среды моделирования. Незначительные отличия результатов моделирования (сотые доли процента) для четвертого способа по сравнению с остальными обусловлены точностью вычисления сопротивления индуктивной связи ωM и стремятся к нулю по мере ее повышения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Проектирование и технология производства мощных СВЧ транзисторов / В.И. Никишин [и др.]. — М.: Радио и связь, 1989. — 144 с.

2. Булгаков О.М. Некоторые приложения декомпозиционных моделей мощных ВЧ и СВЧ транзисторов на основе изоморфно-коллективного подхода. — Воронеж: Воронежский государственный университет, 2006. — 236 с.

3. Булгаков О.М. К расчету индуктивности общего вывода мощного ВЧ (СВЧ) транзистора // Вестник Воронежского института МВД России. — 2003. — № 3(15). — С. 16—21.

4. Официальный сайт компании NATIONAL INSTRUMENTS [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://digital.ni.com>.

5. Основы теории цепей: учебник для вузов / Г.В. Зевеке [и др.]. — Изд. 4-е, перераб. — М.: Энергия, 1975. — 752 с.

REFERENCES

1. Proektirovanie i tehnologiya proizvodstva moschnykh SVCh tranzistorov / V.I. Nishin [i dr.]. — M.: Radio i svyaz, 1989. — 144 s.

2. Bulgakov O.M. Nekotorye prilozheniya dekompozitsionnykh modeley moschnykh VCh i SVCh tranzistorov na osnove izomorfno-kollektivnogo podhoda. — Voronezh: Voronezhskiy gosudarstvennyy universitet, 2006. — 236 s.

3. Bulgakov O.M. K raschetu induktivnosti obshchego vyivoda moschnogo VCh (SVCh) tranzistora // Vestnik Voronezhskogo instituta MVD Rossii. — 2003. — № 3(15). — S. 16—21.

4. Ofitsialnyiy sayt kompanii NATIONAL INSTRUMENTS [Elektronnyiy resurs]. — Rezhim dostupa: <http://digital.ni.com>.

5. Osnovy teorii tsepey: uchebnik dlya vuzov / G.V. Zeveke [i dr.]. — Izd. 4-e, pererab. — M.: Energiya, 1975. — 752 s.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Булгаков Олег Митрофанович. Заместитель начальника по учебной работе. Доктор технических наук, профессор.

Воронежский институт МВД России.

Россия, 394065, г. Воронеж, проспект Патриотов, 53.

Таравков Михаил Владимирович. Преподаватель кафедры технических систем безопасности.

Воронежский институт МВД России.

E-mail: berloga_@rambler.ru

Россия, 394065 г. Воронеж, проспект Патриотов, 53. Тел. 89204292192.

Bulgakov Oleg Mitrofanovich. The deputy head on academic work. Doctor of technical sciences, professor. Voronezh Institute of the Ministry of the Interior of Russia.

Work address: Russia, 394065, Voronezh, Prospect Patriotov, 53.

Taravkov Mikhail Vladimirovich. Lecturer of the chair of engineering systems of safety.

Voronezh Institute of the Ministry of the Interior of Russia.

Work address: Russia, 394065, Voronezh, Prospect Patriotov, 53. Tel. 89204292192.

Ключевые слова: мощный ВЧ (СВЧ) транзистор; транзисторная ячейка; индукционное взаимодействие; коэффициент связи.

Key words: powerful VHF (UHF) transistor; transistor unit; inductive interaction; coefficient of coupling.

УДК 621.382



А.Н. Лукин,
доктор физико-математических наук,
профессор



Г.В. Степанов,
ОАО «Вега»

ОЦЕНКА ЧИСЛА КАНАЛОВ ПРИЁМНИКА-ОБНАРУЖИТЕЛЯ СИГНАЛА УПРАВЛЯЕМОГО ПАССИВНОГО РАССЕЙВАТЕЛЯ С НЕИЗВЕСТНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ФАЗОВОЙ МОДУЛЯЦИИ

ESTIMATING OF QUANTITY OF CHANNELS RECEIVER- DETECTOR SIGNAL CONTROLLING PASSIVE SCATTERING WITH UNKNOWN PARAMETERS PHASE MODULATION

Синтезирован алгоритм обнаружения сигнала управляемого пассивного рассеивателя с неизвестными параметрами фазовой модуляции, наблюдаемого на фоне гармонического сигнала и гауссовского шума. Предложен способ оценки числа каналов приемного устройства при численной максимизации функционала отношения правдоподобия по неизвестным параметрам, путем однозначного представления гауссовского случайного процесса его отсчётами. Доказаны две теоремы об усреднении произведения билинейных форм различной размерности. Получены соотношения для оценки числа каналов приёмника-обнаружителя сигнала управляемого пассивного рассеивателя.

The synthesized algorithm for detection of a signal controlling passive scattering with unknown parameters of phase modulation is observed on the background of a harmonic signal and Gaussian noise. The method of estimating the quantity of channels of the receiver in computational maximize functionality likelihood ratio for unknown parameters, by explicitly represent a Gaussian random process of its counting is proposed. Two theorems about the averaging works bilinear forms of different dimensions are proved. The formulas for estimating the quantity of channels of the receiver-detector signal controlling passive scattering are given.

Управляемые пассивные рассеиватели находят все более широкое применение в качестве радиометок [1]. Объединяя датчики охранной сигнализации с управляемыми пассивными рассеивателями, можно получить радиометку, которая будет нести инфор-

мацию о состоянии объекта охраны. При этом информация передается по радиоканалу на единой несущей частоте приёмо-передатчика. Выделение сигнала радиометки осуществляется благодаря модуляции переизлученного поля, которая появляется вследствие изменения электродинамических параметров управляемого пассивного рассеивателя. Управление электродинамическими параметрами рассеивателя может осуществляться за счёт энергии источника питания или энергии падающего поля.

С системной точки зрения такое построение передачи извещений о состоянии объекта охраны представляет собой систему параметрической радиолокации. В параметрической радиолокации, как правило, актуальной задачей является снижение энергетического потенциала путем построения оптимального приёмного устройства. Особенностью построения оптимального приёмного устройства является постоянное присутствие фоновых зондирующих сигнала в момент приёма как в случае наличия полезного сигнала от управляемого пассивного рассеивателя, так и при его отсутствии. Это физическое обстоятельство не позволяет сформулировать задачу построения оптимального приёмного устройства в традиционной постановке как задачу обнаружения или различения сигнала. Постоянное фактическое присутствие фоновых переотражений приводит к новой формулировке задачи построения приёмного устройства и её актуальности как задачи синтеза радиоприёмного устройства.

Постановка задачи. Синтезировать приёмник-обнаружитель сигнала управляемого пассивного рассеивателя, осуществляющего фазовую модуляцию переизлучённого сигнала с частично неизвестными параметрами, на фоне переотражений гармонического сигнала и белого гауссовского шума.

Синтез приёмника-обнаружителя будем проводить как задачу различения сложных гипотез. Гипотеза H_1 : в реализации $\xi(t)$ присутствует фоновый гармонический сигнал $s_1(t, A_1, \varphi_1)$ с неизвестной амплитудой A_1 и начальной фазой φ_1 и белый гауссовский шум $n(t)$ со спектральной плотностью N_0 , гипотеза H_2 : в реализации $\xi(t)$ присутствует фоновый гармонический сигнал $s_1(t, A_1, \varphi_1)$ с неизвестной амплитудой и начальной фазой, белый гауссовский шум $n(t)$ и сигнал, переизлучённый управляемым пассивным рассеивателем $s_2(t, m, \Phi, A_2, \varphi_2)$ и неизвестными параметрами фазовой модуляции: индексом модуляции m и начальной фазы модуляции Φ , а также с неизвестными амплитудой A_2 и начальной фазой φ_2 .

Синтез приёмника-обнаружителя выполним по обобщённому методу максимального правдоподобия [2]

$$M = \ln \frac{\max_{A_2, \varphi_2, m, \Phi} W(\xi / H_2)}{\max_{A_1, \varphi_1} W(\xi / H_1)} > h, \quad (1)$$

где $W(\xi / H_v)$ — функционалы плотности вероятности реализации $\xi(t)$ при выполнении гипотез H_v , соответственно $v=1, 2$.

После максимизации алгоритма (1) по амплитудам и начальным фазам получаем алгоритм обработки в виде

$$l(\vec{q}) = \eta_2 \vec{q} Q_2^{-1} \vec{q} \eta_2^T \vec{q} - \eta_1 \vec{q} Q_1^{-1} \vec{q} \eta_1^T \vec{q} \geq 2h, \quad (2)$$

$$\text{где } \eta_\nu \vec{q} = [X_1(\vec{q}), X_2 \vec{q}, \dots, X_{p_\nu} \vec{q}, Y_1 \vec{q}, Y_2 \vec{q}, \dots, Y_{p_\nu} \vec{q}] \quad (3)$$

— матрица-строка $1 \times p_\nu$.

$$\begin{Bmatrix} X_i(\vec{q}) \\ Y_i(\vec{q}) \end{Bmatrix} = \frac{2}{N_0} \int_0^T \xi(t) F_i(t, \vec{q}) \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} [\omega_0 t - \psi_i t, \vec{q}] dt. \quad (4)$$

$$Q_\nu \vec{q} = \begin{bmatrix} \|Q_{cij} \vec{q}\| & \|Q_{sij} \vec{q}\| \\ -\|Q_{sij} \vec{q}\| & \|Q_{cij} \vec{q}\| \end{bmatrix}. \quad (5)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_{cij} \vec{q} \\ Q_{sij} \vec{q} \end{Bmatrix} = \frac{1}{N_0} \int_0^T F_i(t, \vec{q}) F_j(t, \vec{q}) \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} [\psi_i t, \vec{q} - \psi_j t, \vec{q}] dt. \quad (6)$$

Здесь $F_i(t, \vec{q})$, $\psi_i t, \vec{q}$ — законы амплитудной и фазовой модуляции, $\vec{q}$ — вектор неизвестных параметров модуляции, $i, j = \overline{1, p_\nu}$, p_ν — число слагаемых в сумме опорного сигнала при выполнении соответствующей гипотезы $H_\nu, \nu = 1, 2$.

Выполнить максимизацию алгоритма (2) по неизвестным параметрам фазовой модуляции сигнала, переизлучённого управляемым пассивным рассеивателем, не представляется возможным. Поэтому осуществим численную максимизацию по неизвестным параметрам фазомодулированного сигнала. Для физической реализации процедуры численной максимизации необходимы отсчёты напряжения приёмника, реализующего алгоритм (2). Поэтому приёмник-обнаружитель сигнала управляемого пассивного рассеивателя с фазовой модуляцией должен быть многоканальным по вектору неизвестных параметров $\vec{q}$. Оценка числа каналов должна определять из условия возможности адекватного представления реализации случайного процесса его отсчётами. На основании теоремы об отсчётах гауссовского случайного процесса будем ориентироваться на максимальную частоту спектра мощности случайного процесса [3].

Согласно соотношению Винера — Хинчина спектр мощности непосредственно связан с длительностью корреляционной функции, поэтому в качестве меры для расстояния между отчётами выберем ширину корреляционной функции. На эту же меру указывается и в работе [4], поскольку ширина сигнальной функции, в простой задаче оценки параметров сигнала, совпадает с корреляционной функцией шумового поля в пространстве параметров.

Итак, выберем в качестве меры для расстояния между отчётами реализации в пространстве неизвестных параметров модуляции сигнала управляемого пассивного рассеивателя ширину корреляционной функции шумового поля.

Для определения корреляционной функции шумового поля $l \vec{q}$ разобьём (2) на сумму детерминированной и флуктуирующей составляющих путем представления $\xi(t)$ в виде

$$\xi(t) = \sum_{i=1}^{p_\mu} x_{oi} F_i(t, \vec{q}_0) \cos[\omega_0 t - \psi_i(t, \vec{q}_0)] + y_{oi} F_i(t, \vec{q}_0) \sin[\omega_0 t - \psi_i(t, \vec{q}_0)] + n(t), \quad (7)$$

где $x_{oi} = A_{oi} \cos \varphi_{oi}$, $y_{oi} = A_{oi} \sin \varphi_{oi}$, A_{oi}, φ_{oi} — истинные значения амплитуды и фазы сигнала i -переизлучателя; p_μ — истинное число слагаемых в сигнале, $\mu = 1, 2$.

Подставим (7) в (4), (3) и получим

$$\eta_\nu \vec{q} = f_\nu \vec{q}_0, \vec{q} + h_\nu \vec{q} \quad (8)$$

где $f_\nu \vec{q}_0, \vec{q} = \left[\|f_{ci} \vec{q}_0, \vec{q}\| \|f_{si} \vec{q}_0, \vec{q}\| \right]$ — матрица размером $1 \times 2p_\nu$ с элементами

$$f_{ci} \vec{q}_0, \vec{q} = \sum_{j=1}^{p_\mu} x_{oj} S_{cji} \vec{q}_0, \vec{q} + y_{oj} S_{sji} \vec{q}_0, \vec{q} \quad (9)$$

$$f_{si} \vec{q}_0, \vec{q} = \sum_{j=1}^{p_\mu} -x_{oj} S_{sji} \vec{q}_0, \vec{q} + y_{oj} S_{cji} \vec{q}_0, \vec{q}$$

$$\left\{ \begin{matrix} S_{cji} \vec{q}_0, \vec{q} \\ S_{sji} \vec{q}_0, \vec{q} \end{matrix} \right\} = \frac{1}{N_0} \int_0^T F_j(t, \vec{q}_0) F_i(t, \vec{q}) \left\{ \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right\} [\psi_i(t, \vec{q}) - \psi_j(t, \vec{q}_0)] dt \quad (10)$$

$h_\nu \vec{q} = \left[\|N_{ci} \vec{q}\| \|N_{si} \vec{q}\| \right]$ — матрица размером $1 \times 2p_\nu$ с элементами

$$\left\{ \begin{matrix} N_{ci} \vec{q} \\ N_{si} \vec{q} \end{matrix} \right\} = \frac{2}{N_0} \int_0^T n(t) F_i(t, \vec{q}) \left\{ \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right\} [\omega_0 t - \psi_i(t, \vec{q})] dt. \quad (11)$$

Среднее значение (2) равно

$$\langle l \vec{q}_0, \vec{q} \rangle = \frac{1}{2} f_2 \vec{q}_0, \vec{q} Q_2^{-1} f_2^T \vec{q}_0, \vec{q} - \frac{1}{2} f_1 \vec{q}_0, \vec{q} Q_1^{-1} f_1^T \vec{q}_0, \vec{q} + p_2 - p_1,$$

а шумовая функция имеет вид

$$N \vec{q} = l \vec{q}_0, \vec{q} - \langle l \vec{q}_0, \vec{q} \rangle.$$

Корреляционная функция шумового поля определяется соотношением

$$\begin{aligned} K_N(\vec{q}_1, \vec{q}_2) = \langle N(\vec{q}_1) N(\vec{q}_2) \rangle = \frac{1}{4} \langle [& h_2(\vec{q}_1) Q_2^{-1}(\vec{q}_1) f_2^T(\vec{q}_0, \vec{q}_1) + f_2(\vec{q}_0, \vec{q}_1) Q_2^{-1}(\vec{q}_1) h_2^T(\vec{q}_1) + \\ & h_2(\vec{q}_1) Q_2^{-1}(\vec{q}_1) h_2^T(\vec{q}_1) - f_1(\vec{q}_0, \vec{q}_1) Q_1^{-1}(\vec{q}_1) h_1^T(\vec{q}_1) - h_1(\vec{q}_1) Q_1^{-1}(\vec{q}_1) f_1^T(\vec{q}_0, \vec{q}_1) - \\ & h_1(\vec{q}_1) Q_1^{-1}(\vec{q}_1) h_1^T(\vec{q}_1) - 2(p_2 - p_1)] [& h_2(\vec{q}_2) Q_2^{-1}(\vec{q}_2) f_2^T(\vec{q}_0, \vec{q}_2) + f_2(\vec{q}_0, \vec{q}_2) Q_2^{-1}(\vec{q}_2) h_2^T(\vec{q}_2) + \\ & h_2(\vec{q}_2) Q_2^{-1}(\vec{q}_2) h_2^T(\vec{q}_2) - f_1(\vec{q}_0, \vec{q}_2) Q_1^{-1}(\vec{q}_2) h_1^T(\vec{q}_2) - h_1(\vec{q}_2) Q_1^{-1}(\vec{q}_2) f_1^T(\vec{q}_0, \vec{q}_2) - \\ & h_1(\vec{q}_2) Q_1^{-1}(\vec{q}_2) h_1^T(\vec{q}_2) - 2(p_2 - p_1)] \rangle \end{aligned} \quad (12)$$

В выражение (12) входит среднее от произведения билинейных форм, содержащих один или два случайных вектора, среднее от билинейной формы, содержащей два случайных вектора, и среднее от билинейной формы, содержащей один случайный вектор. Всего в (12) входит 49 слагаемых.

Для выполнения усреднения в (12) воспользуемся свойствами многомерных начальных моментов гауссовских случайных величин. Как показано в [5,6], многомерные нечётные моменты гауссовских случайных величин с нулевым средним значением

равны нулю. Матрица-строка $h_{\nu} \vec{q}$, эквивалентная здесь случайному вектору, имеет компоненты (11), которые, при фиксированных значениях вектора $\vec{q}$, являются гауссовскими случайными величинами с нулевым средним значением. Отсюда среднее от произведения билинейных форм в (12), содержащих один и два случайных вектора, равно нулю. Также равны нулю в (12) слагаемые, образованные из среднего от билинейной формы, содержащие один случайный вектор.

Для нахождения значения слагаемых выражения (12), содержащих среднее от произведения билинейных форм, каждая из которых содержит один случайный вектор, докажем теорему.

Теорема 1. Пусть имеется билинейная форма $A \vec{x}_1, \vec{\xi}_1$, образованная детерминированным вектором $\vec{x}_1$ и случайным центрированным вектором $\vec{\xi}_1$, с размерностью m , с матрицей $A = \|a_{ij}\|, i, j = \overline{1, m}$ и билинейная форма $B \vec{x}_2, \vec{\xi}_2$, образованная детерминированным вектором $\vec{x}_2$ и случайным центрированным вектором $\vec{\xi}_2$, с размерностью n , с матрицей $B = \|b_{kl}\|, k, l = \overline{1, n}$. Тогда среднее от произведения билинейных форм, по ансамблю реализаций векторов $\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2$, имеющих взаимно-корреляционную матрицу $K = \|K_{jl}\|$, равно билинейной форме $D \vec{x}_1, \vec{x}_2$ с матрицей $D = AKB^T$.

Доказательство. Запишем произведение билинейных форм в виде

$$\left\langle A \vec{x}_1, \vec{\xi}_1 \ B \vec{x}_2, \vec{\xi}_2 \right\rangle = \left\langle \sum_{i,j} a_{ij} x_{1i} \xi_{1j} \sum_{k,l=1}^n b_{kl} x_{2k} \xi_{2l} \right\rangle.$$

В виду независимости индексов суммирования перепишем произведение сумм как четырехкратную сумму и в силу линейности операторов суммирования и усреднения поменяем их местами. В результате получим

$$\left\langle A \vec{x}_1, \vec{\xi}_1 \ B \vec{x}_2, \vec{\xi}_2 \right\rangle = \sum_{i,j=1}^m \sum_{k,l=1}^n a_{ij} b_{kl} x_{1i} x_{2k} \left\langle \xi_{1j} \xi_{2l} \right\rangle = \sum_{i,j=1}^m \sum_{k,l=1}^n a_{ij} b_{kl} x_{1i} x_{2k} K_{jl}.$$

Выполним суммирование по j :

$$\left\langle A \vec{x}_1, \vec{\xi}_1 \ B \vec{x}_2, \vec{\xi}_2 \right\rangle = \sum_{i=1}^m \sum_{k,l=1}^n b_{kl} x_{1i} x_{2k} \left(\sum_{j=1}^m a_{ij} K_{jl} \right) = \sum_{i=1}^m \sum_{k,l=1}^n b_{kl} x_{1i} x_{2k} c_{il}.$$

Здесь введено обозначение

$$c_{il} = \sum_{j=1}^m a_{ij} K_{jl}.$$

Выполним транспонирование b_{kl} и произведём суммирование по l

$$\left\langle A \vec{x}_1, \vec{\xi}_1 \ B \vec{x}_2, \vec{\xi}_2 \right\rangle = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n x_{1i} x_{2k} \left(\sum_{l=1}^n c_{il} b_{lk} \right) = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n x_{1i} x_{2k} d_{ik},$$

здесь введено обозначение

$$d_{ik} = \sum_{l=1}^n c_{il} b_{lk}.$$

Последнее соотношение представляет билинейную форму, составленную из векторов $\vec{x}_1$ и $\vec{x}_2$ с матрицей $D = \|d_{ik}\|$ размерностью $m \times n$. Перепишем действия суммирования по j и l , транспонирования в элементах b_{kl} в матричном виде и получим матрицу $D = AKB^T$, тогда

$$\left\langle A \vec{x}_1, \vec{\xi}_1 \mid B \vec{x}_2, \vec{\xi}_2 \right\rangle = D \vec{x}_1, \vec{x}_2.$$

Для нахождения значения слагаемых выражения (18), содержащих среднее от произведения билинейных форм, каждая из которых образована из двух случайных векторов, докажем ещё одну теорему.

Теорема 2. Пусть имеется билинейная форма $A \vec{\xi}_1, \vec{\eta}_1 - \vec{\xi}_1, \vec{\eta}_1$ центрированные гауссовские случайные векторы размерностью m , с матрицей $A = \|a_{ij}\|, i, j = \overline{1, m}$ и билинейная форма $B \vec{\xi}_2, \vec{\eta}_2 - \vec{\xi}_2, \vec{\eta}_2$ центрированные гауссовские случайные векторы размерностью n , с матрицей

$$B = \|b_{kl}\|, k, l = \overline{1, n}, K \vec{\xi}_1, \vec{\eta}_1, K \vec{\xi}_2, \vec{\eta}_2, K \vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2, K \vec{\eta}_1, \vec{\eta}_2, K \vec{\eta}_1, \vec{\xi}_2, K \vec{\eta}_2, \vec{\xi}_1 —$$

взаимно-корреляционные матрицы векторов $\vec{\xi}_1, \vec{\eta}_1, \vec{\xi}_2, \vec{\eta}_2$. Тогда среднее от произведения билинейных форм равно

$$\begin{aligned} \langle A(\vec{\xi}_1, \vec{\eta}_1) B(\vec{\xi}_2, \vec{\eta}_2) \rangle &= \\ &= Sp[AK^T(\vec{\xi}_1, \vec{\eta}_1)] Sp[BK^T(\vec{\xi}_2, \vec{\eta}_2)] \\ &+ Sp[AK(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_1)BK^T(\vec{\eta}_1, \vec{\eta}_2) + AK(\vec{\eta}_1, \vec{\xi}_2)BK^T(\vec{\xi}_1, \vec{\eta}_2)]. \end{aligned}$$

Доказательство. Запишем среднее от произведения билинейных форм в виде

$$\left\langle A \vec{\xi}_1, \vec{\eta}_1 \mid B \vec{\xi}_2, \vec{\eta}_2 \right\rangle = \left\langle \sum_{i,j=1}^m a_{ij} \xi_{1i} \eta_{1j} \sum_{k,l=1}^n b_{kl} \xi_{2k} \eta_{2l} \right\rangle.$$

Ввиду независимости индексов суммирования перепишем произведение сумм как четырехкратную сумму и в силу линейности операторов суммирования и усреднения поменяем их местами. В результате получим

$$\left\langle A \vec{\xi}_1, \vec{\eta}_1 \mid B \vec{\xi}_2, \vec{\eta}_2 \right\rangle = \sum_{i,j=1}^m \sum_{k,l=1}^n a_{ij} b_{kl} \langle \xi_{1i} \eta_{1j} \xi_{2k} \eta_{2l} \rangle.$$

Воспользуемся свойствами чётных многомерных моментов центрированных гауссовских случайных величин и выразим четырехмерный момент четвертого порядка через корреляционные моменты

$$\begin{aligned} \left\langle A \vec{\xi}_1, \vec{\eta}_1 \mid B \vec{\xi}_2, \vec{\eta}_2 \right\rangle &= \sum_{i,j=1}^m \sum_{k,l=1}^n a_{ij} b_{kl} [\langle \xi_{1i} \eta_{1j} \rangle \langle \xi_{2k} \eta_{2l} \rangle + \langle \xi_{1i} \xi_{2k} \rangle \langle \eta_{1j} \eta_{2l} \rangle + \\ &+ \langle \xi_{1i} \eta_{2l} \rangle \langle \eta_{1j} \xi_{2k} \rangle]. \end{aligned}$$

Обозначим

$$\begin{aligned}\langle \xi_{1i} \eta_{1j} \rangle &= K_{ij} \vec{\xi}_1, \vec{\eta}_1, \langle \xi_{2k} \eta_{2l} \rangle = K_{kl}(\vec{\xi}_2, \vec{\eta}_2), \langle \xi_{1i} \xi_{2k} \rangle = K_{ik} \vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2, \langle \eta_{1j} \eta_{2l} \rangle = K_{jl} \vec{\eta}_1, \vec{\eta}_2 \\ \langle \xi_{1i} \eta_{2l} \rangle &= K_{il} \vec{\xi}_1, \vec{\eta}_2, \langle \eta_{1j} \xi_{2k} \rangle = K_{jk} \vec{\eta}_1, \vec{\xi}_2.\end{aligned}$$

В новых обозначениях среднее значение равно

$$\begin{aligned}\langle A(\vec{\xi}_1, \vec{\eta}_1) B(\vec{\xi}_2, \vec{\eta}_2) \rangle &= \sum_{i,j=1}^m \sum_{k,l=1}^n a_{ij} b_{kl} [K_{ij}(\vec{\xi}_1, \vec{\eta}_1) K_{kl}(\vec{\xi}_2, \vec{\eta}_2) + K_{ik}(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2) K_{jl}(\vec{\eta}_1, \vec{\eta}_2) \\ &+ K_{il}(\vec{\xi}_1, \vec{\eta}_2) K_{jk}(\vec{\eta}_1, \vec{\xi}_2)].\end{aligned}$$

Выполним поиндексное суммирование и транспонирование соответствующих элементов матриц

$$\begin{aligned}\langle A \vec{\xi}_1, \vec{\eta}_1 \quad B \vec{\xi}_2, \vec{\eta}_2 \rangle &= \sum_{i,j=1}^m a_{ij} K_{ji} \vec{\eta}_1, \vec{\xi}_1 \sum_{k,l=1}^n b_{kl} K_{lk}(\vec{\eta}_2, \vec{\xi}_2) + \\ &+ \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n [\sum_{i=1}^m a_{ji} K_{ik}(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2)] [\sum_{l=1}^n b_{kl} K_{lj}(\vec{\eta}_2, \vec{\eta}_1)] + \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n [\sum_{j=1}^m a_{ij} K_{jk}(\vec{\eta}_1, \vec{\xi}_2)] [\sum_{l=1}^n b_{kl} K_{li}(\vec{\eta}_2, \vec{\xi}_1)].\end{aligned}$$

Введём обозначения для операций перемножения матриц

$$\begin{aligned}\hat{K}_{ii}(\vec{\eta}_1, \vec{\xi}_1) &= \sum_{j=1}^m a_{ji} K_{ji}(\vec{\eta}_1, \vec{\xi}_1), \quad \hat{K}_{kk}(\vec{\eta}_2, \vec{\xi}_2) = \sum_{l=1}^n b_{kl} K_{lk}(\vec{\eta}_2, \vec{\xi}_2), \\ \hat{K}_{jk}(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2) &= \sum_{i=1}^m a_{ji} K_{ik}(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2), \quad \hat{K}_{kj}(\vec{\eta}_2, \vec{\eta}_1) = \sum_{l=1}^n b_{kl} K_{lj}(\vec{\eta}_2, \vec{\eta}_1), \\ \hat{K}_{ik}(\vec{\eta}_1, \vec{\xi}_2) &= \sum_{j=1}^m a_{ij} K_{jk}(\vec{\eta}_1, \vec{\xi}_2), \quad \hat{K}_{ki}(\vec{\eta}_2, \vec{\xi}_1) = \sum_{l=1}^n b_{kl} K_{li}(\vec{\eta}_2, \vec{\xi}_1).\end{aligned}$$

В новых обозначениях среднее значение равно

$$\begin{aligned}\langle A(\vec{\xi}_1, \vec{\eta}_1) B(\vec{\xi}_2, \vec{\eta}_2) \rangle &= \sum_{i=1}^m \hat{K}_{ii}(\vec{\eta}_1, \vec{\xi}_1) \sum_{k=1}^n \hat{K}_{kk}(\vec{\eta}_2, \vec{\xi}_2) \\ &+ \sum_{j=1}^m \left[\sum_{k=1}^n \hat{K}_{jk}(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2) \hat{K}_{kj}(\vec{\eta}_2, \vec{\eta}_1) \right] + \sum_{i=1}^m \left[\sum_{k=1}^n \hat{K}_{ik}(\vec{\eta}_1, \vec{\xi}_2) \hat{K}_{ki}(\vec{\eta}_2, \vec{\xi}_1) \right]\end{aligned}$$

Введём обозначения для операций перемножения матриц

$$\begin{aligned}\tilde{K}_{jj}(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2, \vec{\eta}_2, \vec{\eta}_1) &= \sum_{k=1}^n \hat{K}_{jk}(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2) \hat{K}_{kj}(\vec{\eta}_2, \vec{\eta}_1), \quad \tilde{K}_{ii}(\vec{\eta}_1, \vec{\xi}_2, \vec{\eta}_2, \vec{\xi}_1) \\ &= \sum_{k=1}^n \hat{K}_{ik}(\vec{\eta}_1, \vec{\xi}_2) \hat{K}_{ki}(\vec{\eta}_2, \vec{\xi}_1)\end{aligned}$$

тогда

$$\begin{aligned} & \langle A(\vec{\xi}_1, \vec{\eta}_1) B(\vec{\xi}_2, \vec{\eta}_2) \rangle \\ &= \sum_{i=1}^m \hat{K}_{ii}(\vec{\eta}_1, \vec{\xi}_1) \sum_{k=1}^n \hat{K}_{kk}(\vec{\eta}_2, \vec{\xi}_2) \\ &+ \sum_{j=1}^m \tilde{K}_{jj}(\vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2, \vec{\eta}_2, \vec{\eta}_1) + \sum_{i=1}^m \tilde{K}_{ii}(\vec{\eta}_1, \vec{\xi}_2, \vec{\eta}_2, \vec{\xi}_1) \end{aligned}$$

Под знак суммы входят диагональные элементы матриц. Для обозначения этой операции воспользуемся обозначением Sp (сумма диагональных элементов матрицы) и, восстанавливая операции перемножения матриц, из первоначально определенных матриц билинейных форм и взаимно-корреляционных матриц между случайными векторами получим

$$\begin{aligned} \left\langle A \begin{pmatrix} \vec{\xi}_1, \vec{\eta}_1 \end{pmatrix} B \begin{pmatrix} \vec{\xi}_2, \vec{\eta}_2 \end{pmatrix} \right\rangle &= Sp \left[AK^T \begin{pmatrix} \vec{\xi}_1, \vec{\eta}_1 \end{pmatrix} \right] Sp \left[BK^T \begin{pmatrix} \vec{\xi}_2, \vec{\eta}_2 \end{pmatrix} \right] + Sp \left[A^T K \begin{pmatrix} \vec{\xi}_1, \vec{\xi}_2 \end{pmatrix} BK^T \begin{pmatrix} \vec{\eta}_1, \vec{\eta}_2 \end{pmatrix} + \right. \\ &+ AK \begin{pmatrix} \vec{\eta}_1, \vec{\xi}_2 \end{pmatrix} BK^T \left. \begin{pmatrix} \vec{\xi}_1, \vec{\eta}_2 \end{pmatrix} \right] \end{aligned}$$

Воспользуемся результатами теоремы 1 и 2. Для этого обозначим в (12)

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} h_2(\vec{q}_\alpha) Q_2^{-1} \vec{q}_\alpha f_2^T \vec{q}_0, \vec{q}_\alpha &= A_\alpha \vec{h}_2, \vec{f}_2 ; \frac{1}{2} f_2 \vec{q}_0, \vec{q}_\alpha Q_2^{-1} \vec{q}_\alpha h_2^T(\vec{q}_\alpha) = A_\alpha \vec{f}_2, \vec{h}_2 ; \\ \frac{1}{2} h_2(\vec{q}_\alpha) Q_2^{-1} \vec{q}_\alpha h_2^T(\vec{q}_\alpha) &= A_\alpha \vec{h}_2, \vec{h}_2 ; \frac{1}{2} h_1(\vec{q}_\alpha) Q_1^{-1} \vec{q}_\alpha f_1^T \vec{q}_0, \vec{q}_\alpha = B_\alpha \vec{h}_1, \vec{f}_1 ; \\ \frac{1}{2} f_1 \vec{q}_0, \vec{q}_\alpha Q_1^{-1} \vec{q}_\alpha h_1^T(\vec{q}_\alpha) &= B_\alpha \vec{f}_1, \vec{h}_1 ; \frac{1}{2} h_1(\vec{q}_\alpha) Q_1^{-1} \vec{q}_\alpha h_1^T(\vec{q}_\alpha) = B_\alpha \vec{h}_1, \vec{h}_1 \end{aligned}$$

$\alpha = 1, 2$. В результате получим

$$\begin{aligned} K_N \vec{q}_1, \vec{q}_2 &= f_2(\vec{q}_0, \vec{q}_1) Q_2^{-1} \vec{q}_1 K \left[\vec{h}_2 \vec{q}_1, \vec{h}_2 \vec{q}_2 \right] \left[Q_2^{-1} \vec{q}_2 \right]^T f_2^T \vec{q}_0, \vec{q}_2 - \\ &- f_1(\vec{q}_0, \vec{q}_1) Q_1^{-1} \vec{q}_1 K \left[\vec{h}_1 \vec{q}_1, \vec{h}_2 \vec{q}_2 \right] \left[Q_2^{-1} \vec{q}_2 \right]^T f_2^T \vec{q}_0, \vec{q}_2 - \\ &f_2(\vec{q}_0, \vec{q}_1) Q_2^{-1} \vec{q}_1 K \left[\vec{h}_2 \vec{q}_1, \vec{h}_1 \vec{q}_2 \right] \left[Q_1^{-1} \vec{q}_2 \right]^T f_1^T \vec{q}_0, \vec{q}_2 + \\ &+ f_1(\vec{q}_0, \vec{q}_1) Q_1^{-1} \vec{q}_1 K \left[\vec{h}_1 \vec{q}_1, \vec{h}_1 \vec{q}_2 \right] \left[Q_1^{-1} \vec{q}_2 \right]^T f_1^T \vec{q}_0, \vec{q}_2 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{4} \{ \text{Sp}[Q_2^{-1} \vec{q}_1 K^T \vec{h}_2 \vec{q}_1, \vec{h}_2 \vec{q}_1] \text{Sp}[Q_2^{-1} \vec{q}_2 K^T \vec{h}_2 \vec{q}_2, \vec{h}_2 \vec{q}_2] + \\
& + \text{Sp}[(Q_2^{-1} \vec{q}_1)^T K \vec{h}_2 \vec{q}_1, \vec{h}_2 \vec{q}_2 Q_2^{-1} \vec{q}_2 K^T \vec{h}_2 \vec{q}_1, \vec{h}_2 \vec{q}_2] + \\
& + Q_2^{-1} \vec{q}_1 K \vec{h}_2 \vec{q}_1, \vec{h}_2 \vec{q}_2 Q_2^{-1} \vec{q}_2 K^T \vec{h}_2 \vec{q}_1, \vec{h}_2 \vec{q}_2] - \\
& - \text{Sp}[Q_1^{-1} \vec{q}_1 K^T \vec{h}_1 \vec{q}_1, \vec{h}_1 \vec{q}_1] \text{Sp}[Q_2^{-1} \vec{q}_2 K^T \vec{h}_2 \vec{q}_2, \vec{h}_2 \vec{q}_2] - \\
& - \text{Sp}[(Q_1^{-1} \vec{q}_1)^T K \vec{h}_1 \vec{q}_1, \vec{h}_1 \vec{q}_2 Q_2^{-1} \vec{q}_2 K^T \vec{h}_1 \vec{q}_1, \vec{h}_1 \vec{q}_2] + \\
& + Q_1^{-1} \vec{q}_1 K \vec{h}_1 \vec{q}_1, \vec{h}_1 \vec{q}_2 Q_2^{-1} \vec{q}_2 K^T \vec{h}_1 \vec{q}_1, \vec{h}_1 \vec{q}_2] \} \frac{1}{2} (p_2 - p_1) \times \\
& \times \text{Sp}[Q_2^{-1} \vec{q}_2 K \vec{h}_2 \vec{q}_2, \vec{h}_2 \vec{q}_2] \\
& + \frac{1}{4} \{ -\text{Sp}[Q_1^{-1} \vec{q}_1 K^T h_1 \vec{q}_1 h_1 \vec{q}_1] \text{Sp}[Q_2^{-1} \vec{q}_2 K^T h_2 \vec{q}_2 h_2 \vec{q}_2] - \\
& - \text{Sp}[(Q_1^{-1} \vec{q}_1)^T K h_1 \vec{q}_1 h_2 \vec{q}_2 Q_2^{-1} \vec{q}_2 K^T h_1 \vec{q}_1 h_2 \vec{q}_2] + \\
& + Q_1^{-1} \vec{q}_1 K h_1 \vec{q}_1 h_2 \vec{q}_2 Q_2^{-1} \vec{q}_2 K^T h_1 \vec{q}_1 h_2 \vec{q}_2] + \\
& + \text{Sp}[Q_1^{-1} \vec{q}_1 K^T h_1 \vec{q}_1 h_1 \vec{q}_1] \text{Sp}[Q_1^{-1} \vec{q}_2 K^T h_1 \vec{q}_2 h_1 \vec{q}_2] + \\
& + \text{Sp}[(Q_1^{-1} \vec{q}_1)^T K h_1 \vec{q}_1 h_1 \vec{q}_2 Q_2^{-1} \vec{q}_2 K^T h_1 \vec{q}_1 h_1 \vec{q}_2] + \\
& + Q_1^{-1} \vec{q}_1 K h_1 \vec{q}_1 h_1 \vec{q}_2 Q_2^{-1} \vec{q}_2 K^T h_1 \vec{q}_1 h_1 \vec{q}_2] \} \frac{1}{2} (p_2 - p_1) \times \\
& \times \text{Sp}[Q_2^{-1} \vec{q}_2 K \vec{h}_2 \vec{q}_2, \vec{h}_2 \vec{q}_2] \frac{1}{2} (p_2 - p_1) \times \\
& \times \text{Sp}[Q_2^{-1} \vec{q}_2 K \vec{h}_2 \vec{q}_2, \vec{h}_2 \vec{q}_2] \\
& - \frac{1}{2} (p_2 - p_1) \text{Sp}[Q_2^{-1} \vec{q}_1 K \vec{h}_2 \vec{q}_1, \vec{h}_2 \vec{q}_1] + \frac{1}{2} (p_2 - p_1) \text{Sp}[Q_1^{-1} \vec{q}_1 K \vec{h}_1 \vec{q}_1, \vec{h}_1 \vec{q}_1] + \\
& + (p_2 - p_1)^2. \tag{13}
\end{aligned}$$

Найдем явный вид корреляционной функции (13) применительно к управляемому пассивному рассеивателю с двумя неизвестными параметрами модуляции $\vec{q} = (m, \Phi)$. Тогда, применительно к сигналу управляемого пассивного рассеивателя с фазовой модуляцией, модулирующие функции будут иметь вид $F_1(t, \vec{q}) = F_2(t, \vec{q}) \equiv 1, \psi_1(t, \vec{q}) \equiv 0, \psi_2(t, \vec{q}) = m \sin(\Omega t - \Phi)$.

Для выполнения вычислений в (13) представим матрицу $f_{\nu} \vec{q}_0, \vec{q}_k$ (8) в виде

$$f_{\nu} \vec{q}_0, \vec{q}_k = \pi_{0\mu} \tilde{S}_{\mu\nu}(\vec{q}_0, \vec{q}_k), \tag{14}$$

где $\pi_{0\mu} = \begin{bmatrix} \pi_{0\mu x} & \pi_{0\mu y} \end{bmatrix}$ — блочная матрица-строка с блоками $\pi_{0\mu x} = \|x_{0i}\|, \pi_{0\mu y} = \|y_{0i}\|, i = \overline{1, p_\mu}; k = 1, 2$. Индекс $\mu=1, 2$ независимо принимает значение в соответствии с размерностью сигнала, поступающего на вход приёмника.

$\tilde{S}_{\mu\nu}(\vec{q}_0, \vec{q}_k) = \begin{bmatrix} \tilde{S}_{c\mu\nu}(\vec{q}_0, \vec{q}_k) & -\tilde{S}_{s\mu\nu}(\vec{q}_0, \vec{q}_k) \\ \tilde{S}_{s\mu\nu}(\vec{q}_0, \vec{q}_k) & \tilde{S}_{c\mu\nu}(\vec{q}_0, \vec{q}_k) \end{bmatrix}$ — блочная матрица размером $2p_\mu \times 2p_\nu$

с блоками $\tilde{S}_{c\mu\nu}(\vec{q}_0, \vec{q}_k) = \|S_{cji}(\vec{q}_0, \vec{q}_k)\|, \tilde{S}_{s\mu\nu}(\vec{q}_0, \vec{q}_k) = \|S_{sjj}(\vec{q}_0, \vec{q}_k)\|, i = \overline{1, p_\nu}; j = \overline{1, p_\mu}$.

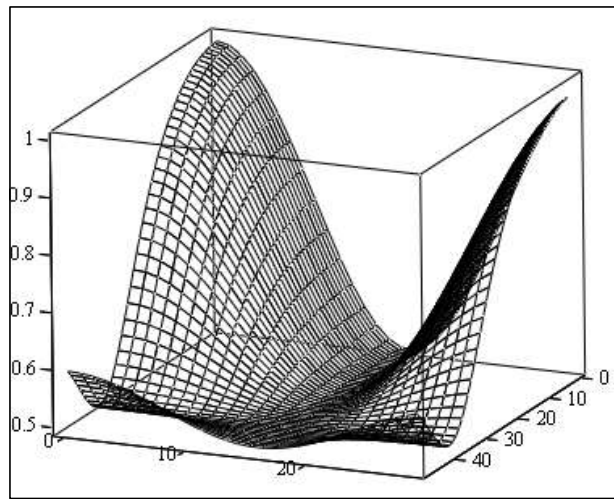
Пусть на вход приёмника поступает сигнал соответствующий первой гипотезе. В этом случае $\mu = 1$ в выше приведённых соотношениях, а ν и k принимают значения в соответствии с выражениями, входящими в формулу (13). Подставим (14) в (13) и, выполнив преобразования, найдём корреляционную функцию шумового поля

$$K_N \vec{q}_1, \vec{q}_2 = \frac{J_0(m_2)J_0(m_1) - J_0(\rho_{12})^2}{(1 - J_0^2(m_1))(1 - J_0^2(m_2))} + 1, \quad (15)$$

где $J_0(.)$ — функция Бесселя нулевого порядка,

$$\rho_{12} \equiv \rho_{12}(m_1, m_2, \Phi_1, \Phi_2) = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 - 2m_1m_2 \cos(\Phi_1 - \Phi_2)}.$$

На рис. 1 представлен трехмерный график нормированной корреляционной функции (15) шумового поля над плоскостью, фаза Φ и индекс модуляции m .



М

Рис. 1. Нормированная корреляционная функция шумового поля при выполнении первой гипотезы (вертикальное ребро куба), фаза модулирующего сигнала Φ (переднее ребро куба), индекс модуляции m (боковое ребро куба)

Главные сечения функции (15) по индексу модуляции m и по фазе модулирующего сигнала Φ имеют вид

$$, \quad (16)$$

$$. \quad (17)$$

На рис. 2 приведен график функции (16) для двух значений индекса модуляции $m_1 = 5$ и $m_1 = 15$. Как видно из рис. 2, корреляционная функция не меняет своей структуры при изменении значения индекса модуляции m_1 , а лишь смещается по оси m .

На рис. 3 представлен график функции (17) для трех значений индекса модуляции: $m=0,01$, $m=5$, $m=10$.

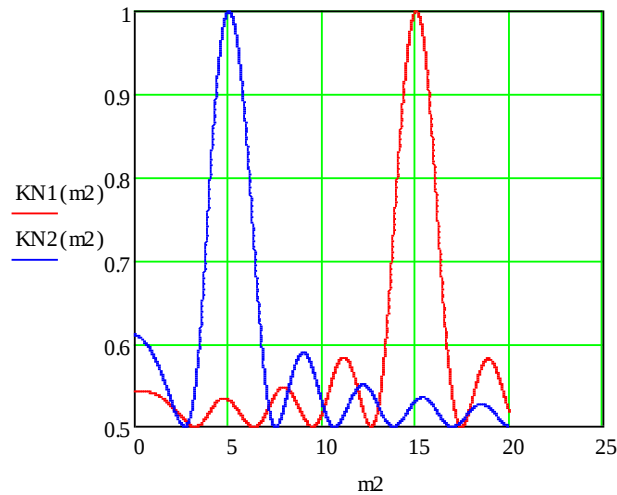


Рис. 2. Сечение корреляционной функции плоскостью $\Phi_1 - \Phi_2 = 0$.
Первая кривая $m_1 = 5$, вторая кривая $m_1 = 15$

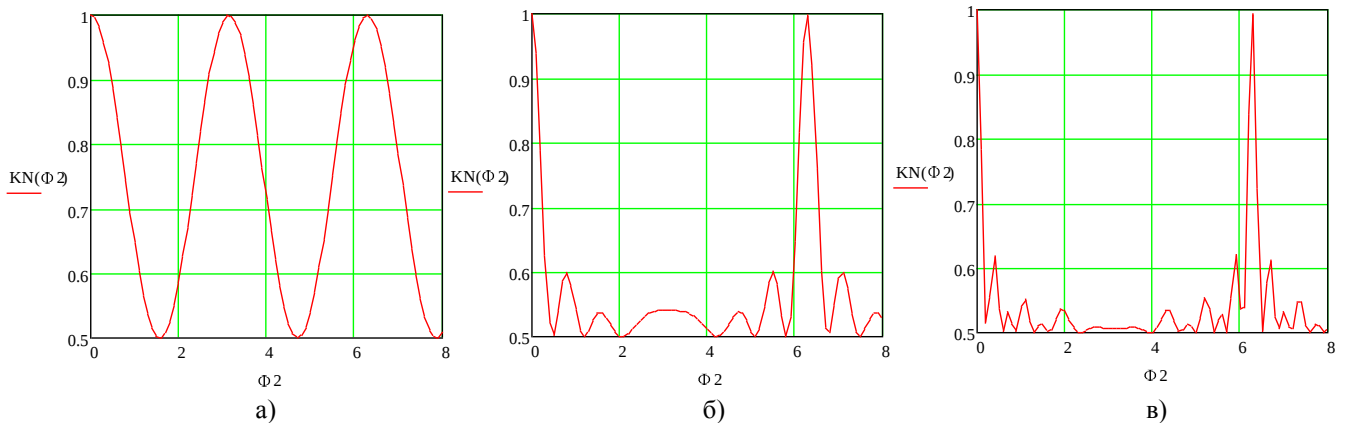


Рис. 3. Сечение корреляционной функции плоскостью $m_1 = m_2$;
а — при $m = 0,01$; б — $m = 5$; в — $m = 10$

Как видно из рис. 3, корреляционная функция по фазовой координате является периодической функцией с периодом 2π и ширина области высокой корреляции существенно зависит от индекса модуляции.

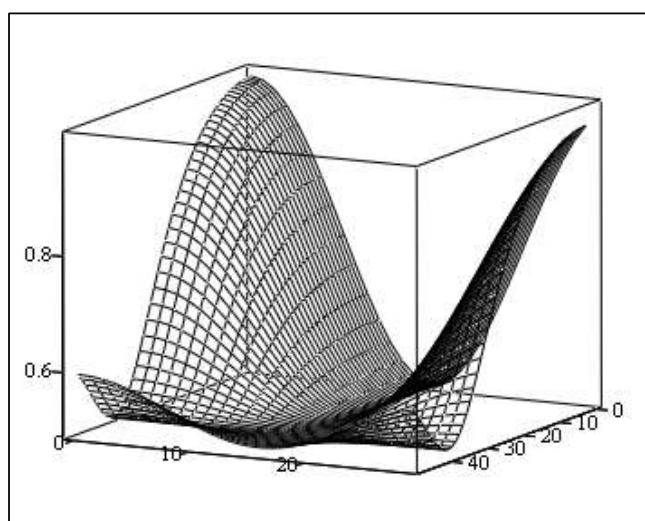
Найдем корреляционную функцию шумового поля при выполнении второй гипотезы. Пусть на вход приёмника поступает сигнал, соответствующий второй гипотезе. В этом случае $\mu = 2$ в выше приведённых соотношениях, а V и k в соответствии с выражениями, входящими в формулу (13).

Подставим (14) в (13) и, выполнив действия с матрицами, входящими в (13), получим корреляционную функцию шумового поля $N(\vec{q})$, соответствующую второй гипотезе

$$K_N \vec{q}_1, \vec{q}_2 = z_2^2 \frac{J_0(m_2)J_0(m_1) - J_0(\rho_{12})^2}{1 - J_0^2(m_2)} + \frac{J_0(m_2)J_0(m_1) - J_0(\rho_{12})^2}{(1 - J_0^2(m_1))(1 - J_0^2(m_2))} + 1, \quad (18)$$

где $z_2^2 = \frac{A_{02}^2 T}{N_0}$ — отношение сигнал/шум для сигнала управляемого пассивного рассеивателя.

На рис. 4 представлен трехмерный график нормированной корреляционной функции (18) шумового поля над плоскостью фаза Φ и индекс модуляции m .



М

Рис. 4. Нормированная корреляционная функция шумового поля при выполнении второй гипотезы (вертикальное ребро куба) по фазе модулирующего сигнала Φ (переднее ребро куба) и индексу модуляции m (боковое ребро куба)

Как видно из сравнения рис. 1 и рис. 4, функции корреляции шумового поля по первой и второй гипотезам в значительной степени повторяют друг друга.

Найдем главные сечения (18) по координатам Φ и m соответственно.

$$K_N m_1, m_2 = z_2^2 \frac{J_0(m_2)J_0(m_1) - J_0(m_2 - m_1)^2}{1 - J_0^2(m_2)} + \frac{J_0(m_2)J_0(m_1) - J_0(m_2 - m_1)^2}{(1 - J_0^2(m_1))(1 - J_0^2(m_2))} + 1, \quad (19)$$

$$K_N \Phi_1, \Phi_2 = z_2^2 \frac{[J_0^2(m) - J_0(2m \sin((\Phi_2 - \Phi_1)/2))]^2}{(1 - J_0^2(m))} + \frac{[J_0^2(m) - J_0(2m \sin((\Phi_2 - \Phi_1)/2))]^2}{(1 - J_0^2(m))^2} + 1. \quad (20)$$

Как видно из (19), (20), выражения для корреляционной функции при выполнении второй гипотезы отличаются от соответствующих функций при выполнении первой гипотезы наличием первого слагаемого.

На рис. 5 представлены три графика нормированной функции (19) при различных значениях z_2^2 и без учёта второго слагаемого (19).

На рис. 6 представлен график нормированной функции (20) при различных значениях z_2^2 с учётом и без учёта второго слагаемого (20).

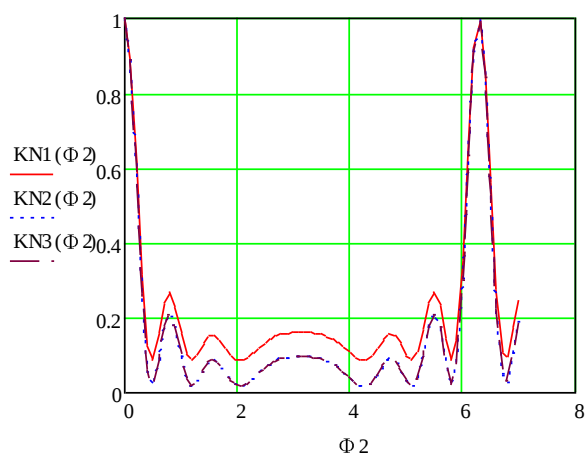


Рис. 5. Нормированное сечение корреляционной функции плоскостью $\Phi_1 - \Phi_2 = 0$. Сплошная линия — $z_2^2 = 10$, пунктирная линия — $z_2^2 = 64$, штриховая линия — без второго слагаемого (19), $z_2^2 = 64$, $m_1 = 5$

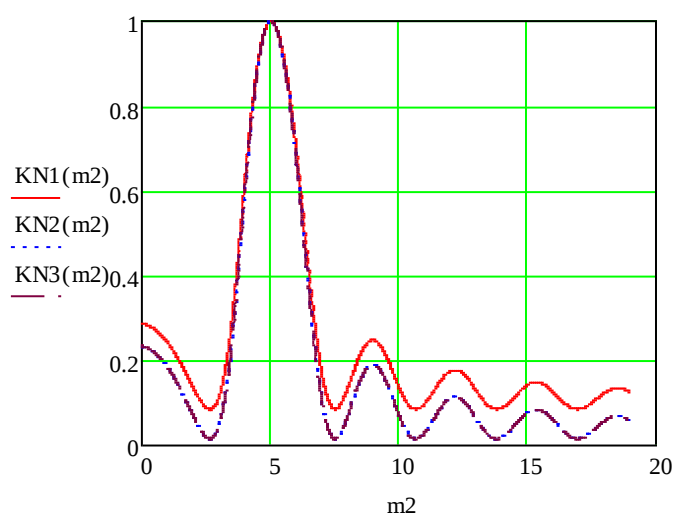


Рис. 6. Нормированное сечение корреляционной функции плоскостью $m_1 = m_2 = m = 5$. Сплошная линия — $z_2^2 = 10$, пунктирная линия — $z_2^2 = 64$, штриховая линия — без второго слагаемого (20), $z_2^2 = 64$

Как видно из рис. 5, нормированная корреляционная функция не меняется в области высокой корреляции при различных значениях z_2^2 . Для определения роли второго слагаемого в (19) выполнены вычисления корреляционной функции с его учётом и без него при $z_2^2 = 64$. Пунктирная и штриховая линии, соответствующие выше упомяну-

тому вычислению, представленные на графиках рис. 5, практически совпали. Отсюда второе слагаемое выражения (19) не оказывает существенного влияния на поведение корреляционной функции. Это позволяет, при больших значениях z_2^2 , аппроксимировать корреляционную функцию шумового поля (19) более простым выражением

$$K_N \ m_1, m_2 = z_2^2 \frac{J_0(m_2)J_0(m_1) - J_0(m_2 - m_1)^2}{1 - J_0^2(m_2)} + 1. \quad (21)$$

Как видно из рис. 6, отношение сигнал/шум для сигнала управляемого пассивного рассеивателя не влияет на ширину корреляционной функции шумового поля по фазе модулирующего сигнала. Второе слагаемое выражения (20) также не оказывает существенного влияния на поведение корреляционной функции, штриховая и пунктирная линии на рис. 6, соответствующие этим двум случаям, совпадают между собой.

Это позволяет при больших значениях z_2^2 аппроксимировать корреляционную функцию шумового поля (20) более простым выражением

$$K_N \ \Phi_1, \Phi_2 = z_2^2 \frac{[J_0^2(m) - J_0(2m \sin((\Phi_2 - \Phi_1)/2))]^2}{(1 - J_0^2(m))} + 1. \quad (22)$$

Как видно из выражений для корреляционных функций (16), (17), (19), (20), шумовое поле приёмника при выполнении первой и второй гипотез не является стационарным, поскольку корреляционные функции зависят не только от разности индекса модуляции и разности фаз модулирующего сигнала, но и от значения индекса модуляции. Однако, при больших индексах модуляции функция Бесселя нулевого порядка стремится к нулю. Так, при $m_1 \geq 1,7$, $J_0^2(m_1) \leq 0,16$, а при $m_1 \geq 4,73$, $J_0^2(m_1) \leq 0,068$ [7]. Поэтому при больших значениях индекса модуляции можно корреляционные функции шумового поля для первой и второй гипотез аппроксимировать выражениями вида

$$K_N \ m_1, m_2 = J_0^2(m_2 - m_1) + 1, \quad (23)$$

$$K_N \ \Phi_1, \Phi_2 = J_0^2(2m_1 \sin((\Phi_2 - \Phi_1)/2)) + 1, \quad (24)$$

$$K_N \ m_1, m_2 = (z_2^2 + 1)J_0^2(m_2 - m_1) + 1, \quad (25)$$

$$K_N \ \Phi_1, \Phi_2 = (z_2^2 + 1)J_0^2(2m_1 \sin((\Phi_2 - \Phi_1)/2)) + 1. \quad (26)$$

Согласно [3], для однозначного представления гауссовского случайного процесса его отсчётами, их следует брать через интервал $1/2F_m$, где F_m — верхняя частота спектра мощности случайного процесса $W(\omega)$. В соответствии с соотношением Винера — Хинчина найдем спектр мощности случайного процесса для корреляционных функций (23), (25), опуская значение спектральной плотности на нулевой частоте

$$W_m(\omega) = 2 \int_0^\infty J_0^2(x) \cos \omega x dx, \quad (27)$$

где $x = m_1 - m_2$. Согласно [8] в (27) $W_m(\omega)$ равно

$$W_m(\omega) = \begin{cases} P_{-1/2}(\omega^2/2 - 1), & 0 < \omega < 2 \\ 0, & \omega \geq 2 \end{cases} \quad (28)$$

где $P_{-1/2}(\omega^2/2 - 1)$ — функция Лежандра [7] первого рода. Поскольку $-1 < \omega^2/2 - 1 < 1$ при $0 < \omega < 2$, то функцию Лежандра можно записать через эллиптический интеграл первого рода $K(x)$ [7]

$$P_{-1/2}(\omega^2/2 - 1) = \frac{2}{\pi} K(\sqrt{1 - \omega^2/4}). \quad (29)$$

Аргумент эллиптического интеграла (29), как и сам интеграл, достигает минимального значения при $\omega=2$. Эта частота является верхней граничной частотой спектра мощности гауссовского случайного процесса по координате «индекс модуляции». Отсюда $F_m=1/\pi$. Тогда отсчёты между каналами следует брать с интервалом $\delta m=1/2F_m = \pi/2$.

Корреляционные функции (24), (26) по координате Φ являются периодическими с периодом 2π . Поэтому спектр мощности случайного процесса линейчатый с основной гармоникой $\omega_1 = 1$. Тогда амплитуда n -й гармоники равна

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} J_0^2(2m \sin(x/2)) \cos nx dx, \quad (30)$$

где $x = \Phi_1 - \Phi_2$.

В (30) интеграл не выражается даже через специальные функции. Поэтому аппроксимируем выражение для A_n соотношением

$$\tilde{A}_n = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty J_0^2(mx) \cos nx dx. \quad (31)$$

На рис. 7 приведены графики, построенные по выражениям (30) и (31).

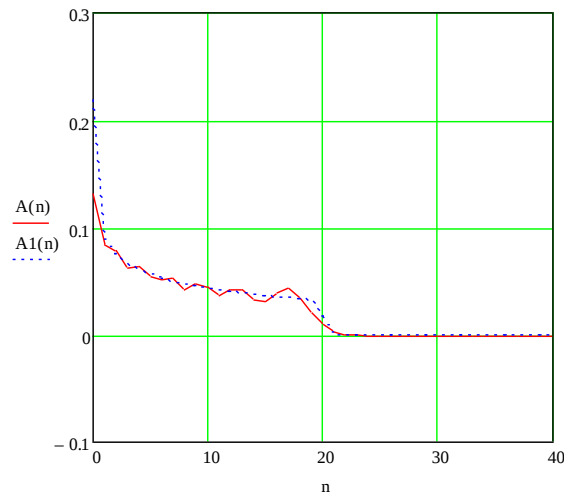


Рис. 7. Амплитуда гармоник спектра мощности случайного процесса по координате фазы модулирующего сигнала, сплошная линия — A_n , пунктирная — аппроксимация $\tilde{A}_n$. Индекс модуляции $m=10$

Как видно из сравнения графиков амплитуд гармоник спектра мощности случайного процесса (сплошная линия) и аппроксимации (пунктирная линия), они близки между собой и, что особенно важно, имеют близкие граничные частоты при $n=20$ для индекса модуляции $m=10$.

Воспользуемся аппроксимацией (31) и найдем спектр мощности случайного процесса по фазовой координате. В соответствии с [8] интеграл в (31) равен

$$\tilde{A}_n = \begin{cases} \frac{1}{\pi m} P_{-1/2}(\frac{n^2}{2m^2} - 1), & 0 < n < 2m \\ 0, & n > 2m \end{cases} \quad (32)$$

Поскольку $-1 < n^2/2m^2 - 1 < 1$ при $0 < n < 2m$, то функцию Лежандра в (32) можно выразить через эллиптический интеграл [7]

$$\frac{1}{\pi m} P_{-1/2}(\frac{n^2}{2m^2} - 1) = \frac{2}{\pi^2 m} K(\sqrt{1 - n^2 / 4m^2}). \quad (33)$$

Эллиптический интеграл в (33) достигает минимального значения при $n=2m$ [7]. Тогда граничная частота спектра мощности случайного процесса по координате фазы модулирующего сигнала равна $2\pi F_m = 2m$ или $F_m = m / \pi$. Отсюда фазовый интервал между каналами равен $\delta\Phi = 1/2F_m = \pi/2m$.

Обозначим априорный интервал значений индекса модуляции как Δm , а априорный интервал значений фазы модулирующего сигнала $\Delta\Phi$. Тогда число каналов по каждому из параметров равно $N_m = \Delta m / \delta m = 2\Delta m / \pi$,

$$N_\Phi = \Delta\Phi / \delta\Phi = 2m\Delta\Phi / \pi, \text{ а общее число каналов}$$

$$N = N_m N_\Phi = 4m\Delta m \Delta\Phi / \pi^2. \quad (34)$$

Как видно из (34), общее число каналов приёмника пропорционально индексу модуляции, произведению априорных интервалов по параметрам модулирующего сигнала, с весовым коэффициентом $4/\pi^2$.

Как видно из (34), общее число каналов приёмника пропорционально индексу модуляции, произведению априорных интервалов по параметрам модулирующего сигнала, с весовым коэффициентом $4 / \pi^2$.

Вывод. В работе определён алгоритм обработки сигнала управляемого пассивного рассеивателя с неизвестными параметрами фазовой модуляции. Предложен способ оценки числа каналов приёмника при численном методе максимизации отношения максимального правдоподобия, путём однозначного представления случайного процесса его отсчётами. Доказаны две теоремы об усреднении произведения билинейных форм различной размерности. Получено соотношение для оценки числа каналов оптимального приёмника-обнаружителя сигнала управляемого пассивного рассеивателя с неизвестными параметрами фазовой модуляции при гармоническом зондирующем сигнале. Количество каналов по индексу модуляции не зависит от его значения, если индекс равен нескольким единицам. Количество каналов по фазе модулирующего сигнала пропорционально индексу модуляции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лахари С. RFID. Руководство по внедрению: пер. с англ. — М.: КУДИЦ-ПРЕСС. — 2007. — 321 с.
2. Тихонов В.И. Оптимальный приём сигналов. — М.: Радио и связь, 1983. — 320 с.
3. Худяков Г.И. Теорема отсчётов для цифровой обработки случайных сигналов // Компьютеры и технологии. — 2009. — №5. — С.110—113.
4. Куликов Е.И. Вопросы оценки параметров сигналов при наличии помех. — М.: Сов. радио, 1969. — 244 с.
5. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. — М.: Сов. радио, 1966. — 624 с.
6. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. — М.: Радио и связь, 1989. — 656 с.

7. Справочник по специальным функциям: пер. с англ. / под ред. М. Абрамовица, И. Стигана. — М.: Наука, 1979. — 832 с.

8. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Специальные функции. — М.: Наука, 1983. — 752 с.

REFERENCES

1. Lahari S. RFID. Rukovodstvo po vnedreniyu: per. s angl. — M.: KUDITs-PRESS. — 2007. — 321 s.

2. Tihonov V.I. Optimalnyiy priyom signalov. — M.: Radio i svyaz, 1983. — 320 s.

3. Hudyakov G.I. Teorema otschyotov dlya tsifrovoy obrabotki sluchaynykh signalov // Kompyutery i tehnologii. — 2009. — № 5. — S. 110—113.

4. Kulikov E.I. Voprosy otsenki parametrov signalov pri nalichii pomeh. — M.: Sov. radio, 1969. — 244 s.

5. Tihonov V.I. Statisticheskaya radiotekhnika. — M.: Sov. radio, 1966. — 624 s.

6. Levin B.R. Teoreticheskie osnovy statisticheskoy radiotekhniki. — M.: Radio i svyaz, 1989. — 656 s.

7. Spravochnik po spetsialnyim funktsiyam: per. s angl. / pod red. M. Abramovitsa, I. Stigana. — M.: Nauka, 1979. — 832 s.

8. Prudnikov A.P., Bryichkov Yu.A., Marichev O.I. Integraly i ryady. Spetsialnyie funktsii. — M.: Nauka, 1983. — 752 s.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Лукин Александр Николаевич. Профессор кафедры физики. Доктор физико-математических наук, профессор.

Воронежский институт МВД России.

E-mail: Alukin73@mail.ru

Россия, 394065, Воронеж, проспект Патриотов, 53. Тел. (473) 200-52-71.

Степанов Геннадий Васильевич. Начальник отдела.

ОАО «Вега».

E-mail: vegaradio@gmail.com

Россия, 394000, Воронеж, Московский проспект, 7б. Тел. (473) 2-622-703.

Lukin Alexander Nicolayevich. Professor of the chair of physics, doctor of physical and mathematical sciences, professor.

Voronezh Institute of the Ministry of the Interior of Russia.

Work address: Russia, 394065, Voronezh, Prospect Patriotov, 53. Tel. (473)200-50-52.

Stepanov Gennady Vasilyevich. Head of the division.

ОАО "Vega"

Work address: Russia, 39400, Moscow prospect, 7b. Tel. (473)2-622-703.

Ключевые слова: управляемые пассивные рассеиватели; параметрическая радиолокация; оптимальное приёмное устройство; максимизация по параметрам; корреляционная функция в пространстве параметров; усреднение билинейных форм; вычисление числа каналов приёмника.

Key words: controlling passive scattering; parametric radiolocation; optimal receiver; maximization of parameters; the correlation function in the space of parameters; averaging bilinear forms; calculating the number of channels of the receiver.

И.В. Лазарев,

кандидат технических наук, доцент



**МЕТОД ВЕКТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ
УСТРОЙСТВ КЛАССИФИКАЦИИ ПО КРИТЕРИЮ
«ЭФФЕКТИВНОСТЬ — ИНТЕГРИРОВАННЫЕ ЗАТРАТЫ —
НАДЕЖНОСТЬ» В УСЛОВИЯХ АПРИОРНОЙ
НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ**

**METHOD OF VECTOR OPTIMIZATION
DEVICES OF CLASSIFICATION BY CRITERION
“EFFICIENCY – THE INTEGRATED EXPENSES – RELIABILITY”
IN THE CONDITIONS OF APRIORISTIC UNCERTAINTY**

На основе введенного в рассмотрение расширенного перечня показателей эффективности функционирования радиотехнических систем специального назначения разработан метод оптимизации устройств классификации. На примере введенной целевой функции с использованием метода множителей Лагранжа решена задача векторной оптимизации.

On the basis of the expanded list of indicators of efficiency of functioning of radio engineering systems of a special purpose entered in consideration the method of optimisation of devices of classification is developed. On an example of the entered criterion function with use of a method of Lagrange multipliers the problem of vector optimisation is solved.

За последние годы появилось много работ, посвящённых вопросам распознавания объектов в различных областях науки и техники. В настоящее время расширяется сфера внедрения в радиотехнические средства систем радиолокационного распознавания объектов, которые предназначены как для общего, так и для специального применения. Так, в системах охраны данные вопросы обусловлены решением задач дистанционного зондирования в интересах мониторинга воздушного пространства в целях обеспечения антитеррористической защищённости объектов. При этом следует отметить, что базовым элементом систем распознавания объектов являются устройства классификации. В настоящее время синтез структур устройств автоматической классификации объектов осуществляется, в основном, полуэвристическими методами, ос-

нованными на опыте и предпочтениях разработчика. Поэтому полученные таким образом алгоритмы и устройства требуют проверки их на эффективность. При этом подходы к оценке эффективности необходимо рассматривать, исходя из характера (постановки) решаемой задачи, которая включает ряд процедур:

- определение алфавита классов;
- выбор типа применяемого сигнала и метода классификации;
- определение набора признаков распознавания (информативных параметров) и правил принятия решения в соответствии с реализуемым принципом классификации;
- выбор измерительных устройств, обеспечивающих заданную эффективность оценивания информативных параметров при априорной неопределенности в условиях критериального подхода.

При синтезе устройства классификации объектов оперируют множеством с пятью элементами [1]:

$$\mathbf{C} \equiv \mathbf{A}, \mathbf{U}, \mathbf{R}, \mathbf{Y}, \mathbf{W}. \quad (1)$$

Здесь $\mathbf{A}$ — пространство классов; $\mathbf{U}$ — пространство признаков; $\mathbf{R}$ — пространство решающих правил; $\mathbf{Y}$ — пространство устройств классификации объектов; $\mathbf{W}$ — интегрированные затраты.

На практике, как правило, заданы множество классов $\mathbf{A}$, пространство признаков $\mathbf{U}$, решающее правило $\mathbf{R}$. Требуется найти устройство классификации, минимизирующее показатель эффективности — целевую функцию $\mathbf{J}$.

Анализ научно-технической литературы показывает, что существуют различные подходы к расчету эффективности радиотехнических систем [2, 3], характеризуемые набором показателей. При этом отмечается, что среди показателей могут быть выделены: показатели качества, масса, габариты, энергопотребление, ремонтпригодность, надежность.

Вместе с тем предлагаемый показатель эффективности должен отвечать основному предназначению разрабатываемой системы в целом; возможности количественного выражения эффективности; обладать сравнительной простотой.

Выбор показателей определяется, в основном, набором требований, предъявляемых к радиотехническим системам. Так, например, в работе [4] решена задача оптимизации устройства классификации в соответствии с критерием «эффективность — интегрированные затраты», причем интегрированные затраты включают в себя как финансовые затраты на реализацию устройства, так и временные затраты, необходимые на выполнение операций, связанных с реализацией некоторого решающего правила (время выполнения, сложность программирования, объем аппаратных затрат и т.д.), предусмотренного алгоритмом классификации. Однако во многих случаях приведенных показателей бывает недостаточно для оценки эффективности, в частности, важное значение имеют характеристики, связанные с надежностью функционирования устройства классификации. В связи с этим требуется увеличить количество показателей, характеризующих радиотехническую систему, дополнив вектор эффективности $\vec{X}$, введенный в [4], еще одним элементом, характеризующим надежность устройства классификации. В результате эффективность радиотехнической системы будет описываться вектором

$$\mathbf{X} = \|\mathbf{H}, \mathbf{P}, \mathbf{S}, \mathbf{Q}\|, \quad (2)$$

где $\mathbf{H}$ — показатель эффективности при реализации устройства классификации объектов;

Π — финансовые затраты на его реализацию;
 S — временные затраты на выполнение алгоритма классификации;
 Q — показатель, характеризующий надёжные характеристики устройства классификации.

Показатели Π и S в совокупности определяют интегрированные затраты.

Следует отметить, что в качестве величин, характеризующих надёжность устройств классификации, могут выступать следующие показатели:

вероятность безотказной работы;
 вероятность отказа;
 интенсивность отказов;
 средняя наработка до отказа.

Однако с учетом рекомендаций по построению целевой функции [4] целесообразно для описания величины Q использовать показатель «вероятность отказа».

В этом случае решение задачи векторной оптимизации, определяемой выражением (2), состоит в выборе такого варианта устройства классификации, который соответствует глобальному минимуму целевой функции $\inf J(X)$.

В качестве целевой функции будем использовать функцию, предложенную в [4], с небольшой модификацией, учитывающей наличие дополнительного показателя.

Для нахождения минимального значения целевой функции J воспользуемся методом Лагранжа, представив J и ограничения, накладываемые на ее параметры, с учётом рекомендаций [4] в виде

$$\begin{cases} J(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + \exp - x_1 x_2 + \exp - x_1 x_3 + \exp - x_2 x_4 \rightarrow \inf \\ \tilde{P}_{\min} - x_1 \leq 0, x_1 x_2 + \ln \tilde{W}_{\min} \leq 0, x_1 x_3 + \ln \tilde{T}_{\min} \leq 0, \\ x_2 x_4 + \ln \tilde{Z}_{\min} \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

при условии $\tilde{P}_{\min} \leq P_{\text{ош}} / P_{\text{ош доп}} \leq 1; \quad \tilde{W}_{\min} \leq W_{\Sigma} / W_{\text{доп}} \leq 1; \quad \tilde{T}_{\min} \leq T_{\Sigma} / T_{\text{доп}} \leq 1; \quad \tilde{Z}_{\min} \leq Z_{\text{отк}} / Z_{\text{отк доп}} \leq 1.$

Здесь $P_{\text{ош}}$ — вероятность ошибки распознавания объектов в устройстве классификации; $P_{\text{ош доп}}$ — допустимая вероятность ошибки распознавания; $W_{\Sigma}, W_{\text{доп}}$ — суммарные финансовые затраты на реализацию устройства классификации и допустимые затраты; $T_{\Sigma}, T_{\text{доп}}$ — суммарные временные затраты при реализации алгоритма классификации и допустимые временные затраты; $Z_{\text{отк}}$ — вероятность отказа устройств классификации; $Z_{\text{отк доп}}$ — допустимая вероятность отказа.

На основании выражения (3) функцию Лагранжа представим в виде:

$$L(x_1, x_2, x_3, x_4) = \lambda_0 [x_1 + \exp - x_1 x_2 + \exp - x_1 x_3 + \exp - x_2 x_4] + \mu_1 (\tilde{P}_{\min} - x_1) + \mu_2 (x_1 x_2 + \ln \tilde{W}_{\min}) + \mu_3 (x_1 x_3 + \ln \tilde{T}_{\min}) + \mu_4 (x_2 x_4 + \ln \tilde{Z}_{\min}). \quad (4)$$

Здесь λ_0 — множитель Лагранжа.

Для нахождения экстремума функции Лагранжа необходимо продифференцировать выражение (4) по соответствующим параметрам и результаты приравнять к нулю.

В результате применения данного правила получим систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_0 - \lambda_0 x_2 \exp - x_1 x_2 - \lambda_0 x_3 \exp - x_1 x_3 - \mu_1 + \mu_2 x_2 + \mu_3 x_3 = 0 \\ - \lambda_0 x_1 \exp - x_1 x_2 + \mu_2 x_1 - \lambda_0 x_4 \exp - x_2 x_4 + \mu_4 x_4 = 0 \\ - \lambda_0 x_1 \exp - x_1 x_3 + \mu_3 x_1 = 0 \\ - \lambda_0 x_2 \exp - x_2 x_4 + \mu_4 x_2 = 0 \\ \mu_1 (\tilde{P}_{\min} - x_1) = 0 \\ \mu_2 (x_1 x_2 + \ln \tilde{W}_{\min}) = 0 \\ \mu_3 (x_1 x_3 + \ln \tilde{T}_{\min}) = 0 \\ \mu_4 (x_2 x_4 + \ln \tilde{Z}_{\min}) = 0. \end{array} \right. \quad (5)$$

Предположим, что $\lambda_0 = 0$. Тогда система уравнений (5) примет следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} - \mu_1 + \mu_2 x_2 + \mu_3 x_3 = 0 \\ x_1 \mu_2 + \mu_4 x_4 = 0 \\ x_1 \mu_3 = 0 \\ x_2 \mu_4 = 0 \\ \mu_1 (\tilde{P}_{\min} - x_1) = 0 \\ \mu_2 (x_1 x_2 + \ln \tilde{W}_{\min}) = 0 \\ \mu_3 (x_1 x_3 + \ln \tilde{T}_{\min}) = 0 \\ \mu_4 (x_2 x_4 + \ln \tilde{Z}_{\min}) = 0 \end{array} \right. \quad (6)$$

Из уравнений 3 и 7 системы (6) получаем, что $\mu_3 = 0$. Из уравнений 4 и 8 следует, что $\mu_4 = 0$. Тогда, учитывая, что $x_1 \neq 0$, из уравнения 2 следует, что $\mu_2 = 0$. Следовательно, из уравнения 1 получаем, что и $\mu_1 = 0$.

Данная ситуация невозможна, так как хотя бы один из множителей μ_i должен быть отличен от нуля.

Пусть $\lambda_0 \neq 0$. Положим $\lambda_0 = 1$. Тогда система примет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 - x_2 \exp - x_1 x_2 - x_3 \exp - x_1 x_3 - \mu_1 + \mu_2 x_2 + \mu_3 x_3 = 0 \\ x_1 (\mu_2 - \exp - x_1 x_2) + x_4 (\mu_4 - \exp - x_2 x_4) = 0 \\ x_1 (\mu_3 - \exp - x_1 x_3) = 0 \\ x_2 (-\mu_4 + \exp - x_2 x_4) = 0 \\ \mu_1 (\tilde{P}_{\min} - x_1) = 0 \\ \mu_2 (x_1 x_2 + \ln \tilde{W}_{\min}) = 0 \\ \mu_3 (x_1 x_3 + \ln \tilde{T}_{\min}) = 0 \\ \mu_4 (x_2 x_4 + \ln \tilde{Z}_{\min}) = 0 \end{array} \right. \quad (7)$$

Решение системы (7) возможно в двух случаях:

а) $x_1=0$; б) $x_1 \neq 0$.

Однако случай а) не подходит, так как при постановке задачи было принято, что $x_1 \geq \tilde{P}_{\min} \neq 0$.

Рассмотрим случай б), когда $x_1 \neq 0$. Тогда из уравнений 3, 4 системы (7) следует, что $\mu_3 = \exp -x_1 x_3 \neq 0$, $\mu_4 = \exp -x_2 x_4 \neq 0$. С учетом того, что $\mu_3 \neq 0$ и $\mu_4 \neq 0$ из уравнений 7, 8 системы (7) следует, что $x_1 x_3 = -\ln \tilde{T}_{\min}$, $x_2 x_4 = -\ln \tilde{W}_{\min}$. Далее, подставляя $\mu_4 = \exp -x_2 x_4$ в уравнение 2 системы, получаем $x_1(\mu_2 - \exp -x_1 x_2) = 0$. Так как $x_1 \neq 0$, то $\mu_2 = \exp -x_1 x_2$. В этом случае из уравнения 1 следует, что $\mu_1 = 1$. Используя формулы 5—8 системы (7), находим её окончательное решение в виде

$$x_1 = \tilde{P}_{\min}, x_2 = -\frac{\ln \tilde{W}_{\min}}{\tilde{P}_{\min}}, x_3 = -\frac{\ln \tilde{T}_{\min}}{\tilde{P}_{\min}}, x_4 = -\frac{\ln \tilde{Z}_{\min}}{\tilde{P}_{\min}},$$

$$\mu_1 = 1, \mu_2 = \tilde{W}_{\min}, \mu_3 = \tilde{T}_{\min}, \mu_4 = \tilde{Z}_{\min}.$$

При этом $\inf J(x_1, x_2, x_3, x_4) = \tilde{P}_{\min} + \tilde{W}_{\min} + \tilde{T}_{\min} + \tilde{Z}_{\min}$. (8)

Полученное выражение (8) позволяет обоснованно осуществлять выбор среди различных вариантов реализаций устройств классификации.

Вместе с тем, на практике возникает вопрос о значимости компонент, входящих в выражение (8). С учетом значимости компонент значение целевой функции (8) можно определить как

$$J(x_1, x_2, x_3, x_4) = \omega_1 \tilde{P}_{\min} + \omega_2 \tilde{W}_{\min} + \omega_3 \tilde{T}_{\min} + \omega_4 \tilde{Z}_{\min}.$$

Здесь $\omega_i, i = 1 \dots 4$ — весовые коэффициенты, которые должны быть подчинены, например, условию нормировки $\sum_{i=1}^4 \omega_i = 1$.

Таким образом, предложен метод векторной оптимизации устройств классификации объектов по критерию «эффективность — интегрированные затраты — надежность». При использовании данного метода синтеза в рамках выбранного базиса целесообразно применять векторный критерий оптимизации радиотехнической системы. При этом на одном из этапов для оценки показателей векторного критерия необходимо использование результатов статистического моделирования устройств классификации с применением вычислительной техники. В этом случае оптимальное устройство классификации находится среди допустимых с учетом строгого решения оптимизационной задачи.

Применение предложенного метода позволит наиболее полно исследовать альтернативные варианты построения устройств классификации объектов, обоснованно определять предпочтительный вариант и существенно сократить время при проектировании радиотехнических систем специального назначения, решающих задачу классификации объектов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лазарев И.В. Постановка задачи оптимизации распознающей системы в условиях структурно-функциональной архитектуры // Вестник Воронежского института МВД России. — 2011. — № 3. — С. 120—127.
2. Дубов Ю.А., Травкин С.И. Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем. — М.: Наука, 1986. — 294 с.

3. Орлов Ф.Ф. Техничко-экономическая эффективность сложных радиоэлектронных систем. — М.: Сов. радио, 1980. — 280 с.

4. Булгаков О.М., Лазарев И.В. Метод синтеза структур микропроцессорных устройств классификации воздушных объектов по критерию «эффективность — интегрированные затраты» в условиях параметрической априорной неопределенности // Вестник Воронежского института МВД России. — 2010.— № 2. — С. 109 — 114.

REFERENCES

1. Lazarev I.V. Postanovka zadachi optimizatsii raspoznayushey sistemyi v usloviyah strukturno-funktsionalnoy arhitekturyi // Vestnik Voronezhskogo instituta MVD Rossii. — 2011.— № 3. — S. 120—127.

2. Dubov Yu.A., Travkin S.I. Mnogokriterialnyie modeli formirovaniya i vyibora variantov sistem. — M.: Nauka, 1986. — 294 s.

3. Orlov F.F. Tehniko-ekonomicheskaya effektivnost slozhnyih radioelektronnyih sistem. — M.: Sov. radio, 1980. — 280 s.

4. Bulgakov O.M., Lazarev I.V. Metod sinteza struktur mikroprotsessornyih ustroystv klassifikatsii vozdushnyih ob'ektov po kriteriyu «effektivnost — integrirovannyye zatraty» v usloviyah parametricheskoy apriornoj neopredelennosti // Vestnik Voronezhskogo instituta MVD Rossii. — 2010.— № 2. — S. 109 — 114.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Лазарев Иван Владимирович. Начальник кафедры радиотехники и электроники. Кандидат технических наук, доцент.

Воронежский институт МВД России.

E-mail: vorhmscl @ comch.ru

Россия, 394065, г. Воронеж, проспект Патриотов, 53. Тел.(473)200-50-52.

Lazarev Ivan Vladimirovich. Chief of the radio engineering and electronics chair.

Voronezh Institute of the Ministry of the Interior of Russia. Candidate of technical sciences, assistant professor.

Work address: Russia, 394065, Voronezh, Prospect Patriotov, 53. Tel. (473)200-50-52.

Ключевые слова: метод; показатели; оптимизационная задача.

Key words: method; indicators; optimizing problem.

УДК 621.396



А.Н. Обухов,
*кандидат технических наук,
Брянский филиал ВИПК МВД России*



О.А. Черникова

МЕТОДИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ РАДИОСВЯЗИ С ПСЕВДОСЛУЧАЙНОЙ ПЕРЕСТРОЙКОЙ РАБОЧИХ ЧАСТОТ

METHODICAL APPROACH TO ESTIMATION OF RELIABILITY OF RADIOCOMMUNICATION SYSTEMS WITH PSEUDO-REARRANGEMENT OF THE OPERATION FREQUENCY

Предложен методический подход, позволяющий оценивать надежность систем радиосвязи с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты. Рассмотрен режим псевдослучайной перестройки рабочей частоты как мера защиты передаваемой информации от преднамеренных помех.

Methodical approach which helps to estimate reliability of radiocommunication systems with pseudo-rearrangement of the operation frequency is offered. Regime of pseudo-rearrangement of the operation frequency as measure of protection of transferred information from deliberate interferences is considered.

Тенденции применения радиосвязи органами внутренних дел свидетельствуют о расширении применения современных систем радиосвязи (СРС), в том числе использующих радиосигналы с псевдослучайной перестройкой рабочих частот (ППРЧ). К системам радиосвязи, применяемым органами внутренних дел, предъявляются высокие требования. Одним из основных требований является надежность. Реализация требуемой надежности на этапе проектирования и создания систем радиосвязи обеспечивает выполнение ими возлагаемых на них функций. Именно поэтому задача построения моделей надежности систем радиосвязи с ППРЧ является актуальной.

Надежность является одним из важнейших показателей систем радиосвязи ОВД. Очевидно, что надежность системы связи определяют три ее основные составляющие:

1) надежность технической составляющей — надежность радиостанций, составляющих линию или сеть радиосвязи;

2) надежность технической эксплуатации радиостанций — надежность персонала, определяемая умением и готовностью выполнять свои функции в различных условиях оперативной обстановки;

3) надежность среды передачи сигнала — готовность среды к доставке сигнала от передающей радиостанции до принимающей радиостанции с требуемым качеством. При этом на готовность среды к передаче сигнала воздействуют как природные факторы (дальность, препятствия, подстилающая поверхность, космические шумы, активность ионосферы и т.п.), так и искусственные — результаты деятельности человека, которые, в свою очередь, носят случайный характер (помехи от функционирования различного рода технических устройств, в т.ч. радиостанций других систем радиосвязи) и неслучайный характер (преднамеренное радиоэлектронное подавление).

Присутствие в структуре надежности составляющих, определяемых человеческим и природными факторами, позволяет классифицировать систему радиосвязи как информационную [1]. Анализ функционирования информационных систем позволяет утверждать, что критериями их надежности могут быть те же критерии, которые в теории надежности применяются для анализа надежности восстанавливаемых технических систем. Отличие состоит лишь в их физическом смысле. Основными из них являются [1]: $P(t)$ — вероятность безотказной работы; T_1 — среднее время безотказной работы; $K_r(t)$ — функция готовности; K_r — коэффициент готовности; T — наработка на отказ.

Очевидно, что наиболее понятным и удобным для исследований является коэффициент готовности K_r , равный отношению времени T_r , когда система радиосвязи готова к передаче сигнала, к общему времени T при стремлении последнего к бесконечности

$$K_r = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T_r}{T},$$

где $T = T_r + T_{отк}$, $T_{отк}$ — время, когда система связи не готова к передаче сигнала, т.е. находится в состоянии отказа.

С учетом вышесказанного коэффициент готовности системы оценивается выражением

$$K_r = K_{rTC} K_{rTЭ} K_{СПС},$$

где K_{rTC} — коэффициент готовности технической составляющей системы связи (линии или сети радиосвязи); $K_{rTЭ}$ — коэффициент готовности персонала к технической эксплуатации; $K_{СПС}$ — коэффициент готовности среды распространения сигнала.

Надежность технической составляющей системы радиосвязи определяется надежностью всех радиостанций, входящих в сеть (линию) радиосвязи.

$$K_{rTC} = \prod_{i=1}^N K_{rPC_i},$$

где K_{rPC_i} — коэффициент готовности i -й радиостанции в сети, $i = 1 (1, \dots, N)$, N — количество радиостанций в сети. Для линии радиосвязи $N = 2$.

При использовании в сети радиосвязи однотипных радиостанций

$$K_{rTC} = K_{rPC}^N.$$

В свою очередь, надежность радиостанций определяется надежностью составляющих их технических устройств: надежностью приемопередающего устройства ($K_{ГППУ}$), надежностью источников питания ($K_{ГИП}$), надежностью коммутирующих устройств ($K_{ГКУ}$), надежностью антенны ($K_{ГАНТ}$)

$$K_{ГТС} = K_{ГППУ} K_{ГИП} K_{ГКУ} K_{ГАНТ} .$$

Вопросы оценки надежности таких устройств достаточно глубоко изучены и освещены в известной литературе, например [1,2].

Надежность технической эксплуатации системы радиосвязи определяется умением и готовностью персонала, обслуживающего технические средства системы радиосвязи, выполнять свои функции в различных условиях оперативной обстановки

$$K_{ГТЭ} = \prod_{i=1}^N K_{ГТЭi} ,$$

где $K_{ГТЭi}$ — коэффициент готовности персонала i -й радиостанции.

При использовании в сети радиосвязи однотипных радиостанций

$$K_{ГТЭ} = K_{ГТЭРС}^N ,$$

где $K_{ГТЭРС}$ — коэффициент готовности персонала одной радиостанции.

Схема надежности технической эксплуатации радиостанции может быть построена с учетом количественного состава экипажа радиостанции (количество элементов схемы), разделения функций (последовательное соединение элементов) и взаимозаменяемости (параллельное соединение элементов).

Коэффициент готовности персонала (экипажа в целом или отдельных сотрудников) может быть рассчитан на основе статистических данных, полученных в ходе учений и тренировок личного состава, либо оценен с использованием метода экспертных оценок.

Надежность среды передачи сигнала в системе радиосвязи определяется надежностью всех образующих ее участков передачи сигналов между парами радиостанций, осуществляющих обмен информацией:

$$K_{ГСПС} = \prod_{i=1}^{N_{УПС}} K_{ГУПСi} ,$$

где $K_{ГУПСi}$ — коэффициент готовности i -го участка передачи сигналов, $i=1(1)N_{УПС}$, $N_{УПС}$ — количество участков передачи сигналов в сети радиосвязи. Для полносвязной сети радиосвязи

$$N_{УПСmax} = C_N^2 .$$

Как отмечалось выше, надежность среды передачи сигнала зависит от многих факторов, среди которых следует выделить: условия распространения радиоволн, определяющие возможность доставки сигналов ($K_{ГРРВ}$) и поддержание синхронизма ($K_{ГСинх}$); наличие взаимных (внутрисистемных) помех ($K_{ГВП}$) и наличие радиоэлектронного подавления со стороны противника ($K_{ГРЭП}$).

$$K_{ГСПС} = K_{ГРРВ} K_{ГСинх} K_{ГВП} K_{ГРЭП} .$$

Здесь $K_{ГРРВ}$ — это вероятность того, что уровень сигнала в точке приема превысит требуемое значение, т.е.

$$K_{ГРРВ} = P_{РРВ} = P(P_c \geq P_{сmp}) ,$$

где P_c — уровень сигнала в точке приема; $P_{стр}$ — необходимое для приема значение уровня сигнала в точке приема.

$K_{г-Синх}$ — это вероятность того, что при заданных условиях распространения радиоволн будет обеспечена синхронизация радиостанций сети $P_{Синх}$

$$K_{г-Синх} = P_{Синх}.$$

Расчет величин $P_{РРВ}$ и $P_{Синх}$ достаточно подробно рассмотрен в [3,4].

$K_{г-ВП}$ — вероятность отсутствия в текущий момент на используемой частоте взаимных помех от радиостанций других сетей связи

$$K_{г-ВП} = 1 - P_{чвкВП},$$

где $P_{чвкВП}$ — вероятность частотно-временного контакта передаваемого сигнала с взаимными помехами

$$P_{чвкВП} = 1 - \prod_{i=1}^{N_{ТП}} (1 - P_{чвкВП_i} P(P_{ВП_i} \geq K_{m_i} P_{ci})),$$

$P(P_{ВП_i} \geq K_{m_i} P_{ci})$ — вероятность радиоподавления сигнала взаимной помехой в i -й точке приема, $i=1, \dots, N_{ТП}$, $N_{ТП}$ — количество трактов передачи; $N_{ТП} = 2N_{УПС}$, K_n — коэффициент подавления. Таким образом,

$$K_{г-ВП} = \prod_{i=1}^{N_{ТП}} (1 - P_{чвкВП_i} P(P_{ВП_i} \geq K_{m_i} P_{ci})).$$

Здесь $K_{г-РЭП}$ — вероятность отсутствия в текущий момент на используемой частоте помех от средств радиоэлектронного подавления противника

$$K_{г-РЭП} = 1 - P_{чвкРЭП},$$

где $P_{чвкРЭП}$ — вероятность частотно-временного контакта передаваемого сигнала с помехой, созданной средством РЭП противника

$$P_{чвкРЭП} = 1 - \prod_{i=1}^{N_{ТП}} (1 - P_{чвкРЭП_i} P(P_{РЭП_i} \geq K_{m_i} P_{ci})),$$

$P(P_{ВП_i} \geq K_{m_i} P_{ci})$ — вероятность радиоподавления сигнала помехой средства РЭП в i -й точке приема. Таким образом,

$$K_{г-РЭП} = \prod_{i=1}^{N_{ТП}} (1 - P_{чвкРЭП_i} P(P_{РЭП_i} \geq K_{m_i} P_{ci})).$$

Расчет величин $P_{чвкВП}$ и $P_{чвкРЭП}$ достаточно подробно рассмотрен в [5].

Таким образом, предложенный в статье методический подход позволяет оценивать надежность систем радиосвязи с ППРЧ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности. — 2-е изд., перераб. и доп. — СПб.: БХВ-Петербург, 2006. — 704 с.
2. Раков А.И. Надежность радиорелейных и спутниковых линий передачи. — М.: Радио и связь, 1981. — 160 с.
3. Борисов В.И. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов методом псевдослучайной перестройки рабочей частоты. — М.: Радио и связь, 2000. — 384 с.

4. Борисов В.И., Зинчук В.М. Помехозащищенность систем радиосвязи. Вероятностно-временной подход. — М.: Радио и связь, 1999. — 252 с.

5. Обухов А.Н. Частотно-временные аспекты защиты информации в системах радиосвязи: монография. — М.: Экслибрис-Пресс, 2008. — 212 с.

REFERENCES

1. Polovko A.M., Gurov S.V. Osnovyi teorii nadezhnosti. — 2-e izd., pererab. i dop. — SPb.: BHV-Peterburg, 2006. — 704 s.

2. Rakov A.I. Nadezhnost radioreleynyih i sputnikovyih liniy peredachi. — M.: Radio i svyaz, 1981. — 160 s.

3. Borisov V.I. Pomehozaschishennost sistem radiosvyazi s rasshireniem spektra signalov metodom psevdosluchaynoy perestroyki rabochey chastoty. — M.: Radio i svyaz, 2000. — 384 s.

4. Borisov V.I., Zinchuk V.M. Pomehozaschishennost sistem radiosvyazi. Veroyatnostno-vremennoy podhod. — M.: Radio i svyaz, 1999. — 252 s.

5. Obuhov A.N. Chastotno-vremennyye aspektyi zaschityi informatsii v sistemah radiosvyazi: monografiya. — M.: Ekslibris-Press, 2008. — 212 s.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Обухов Александр Николаевич. Начальник Брянского филиала ВИПК МВД России. Кандидат технических наук.

E-mail: obuxoff@mail.ru

Россия, 241050, г. Брянск, 2-й Советский пер., 2а. Тел. 8 (4832) 66–45–80.

Черникова Ольга Александровна. Научный сотрудник научно-исследовательского отдела.

Воронежский институт МВД России.

E-mail: ol4k@inbox.ru

Россия, 394065, Воронеж, проспект Патриотов, 53. Тел.(473) 200–51–28.

Obukhov Alexander Nikolaevich. The head of Bryansk branch establishment of Russian institute of professional development of the Ministry of the Interior Russia. Candidate of technical sciences.

Work address: Russia, 241050, Bryansk, 2 Sovetskiy per., 2 a. Tel. 8(4832) 66–45–80.

Chernikova Olga Aleksandrovna. Research officer of the scientific and research department.

Voronezh Institute of the Ministry of the Interior Russia.

Work address: Russia, 394065, Voronezh, Prospect Patriotov, 53. Tel. (473) 200–51–28.

Ключевые слова: псевдослучайная перестройка рабочей частоты; радиосвязь; сигнал.

Key words: pseudo-rearrangement of the operation frequency; radio communication; signal.

УДК 624.381



А.Н. Глушков,
кандидат технических наук

БЫСТРЫЙ ЦИФРОВОЙ АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ АМПЛИТУДЫ, МГНОВЕННОЙ ЧАСТОТЫ И ФАЗЫ УЗКОПОЛОСНОГО РАДИОСИГНАЛА

FAST DIGITAL ALGORITHM FOR ESTIMATING THE AMPLITUDE, INSTANTANEOUS FREQUENCY AND PHASE OF NARROW-BAND RADIO

Рассматриваются вопросы цифровой обработки узкополосных радиосигналов. Описывается принцип построения и функционирования устройства оценки амплитуды, мгновенной частоты и фазы узкополосного радиосигнала.

The problems of digital processing of narrow-band radio signals are considered. The principle of construction and operation of the unit amplitude estimation, the instantaneous frequency and phase of the narrow-band radio is described.

Определение параметров сигналов, несущих информацию об исследуемом объекте, связаны с проблемой измерения в системах передачи по каналам связи, а также в радиолокации, радионавигации и т.д.

Информация может содержаться в амплитуде сигнала, частоте, фазе, времени задержки и т.д. В таких случаях есть необходимость определения с некоторой погрешностью истинного значения измеряемого параметра. Практически всегда сигнал, несущий информацию, подвергается воздействию помех. Поэтому алгоритмы обработки сигналов должны учитывать их случайный характер. Таким образом, в области связи широко развивается тема математической теории обработки сигналов, основанная на теории вероятностей, теории случайных процессов и математической статистики. Основой для количественного и качественного определения оптимальной обработки сигналов являются теоретические разработки в этой области, включающие в себя методы их обработки.

Структурная схема быстрого алгоритма цифровой некогерентной обработки узкополосного сигнала описана в [1].

Для гармонического сигнала выполняется соотношение

$$\sqrt{S^2 \cos^2(2\pi f_0 t + \psi) + S^2 \sin^2(2\pi f_0 t + \psi)} = S, \quad (1)$$

где S — значение амплитуды сигнала, ψ — начальная фаза, f_0 — несущая частота.

Используя его для оценки амплитуды узкополосного радиосигнала по величинам y_0 и y_1

$$y_0 = \sum_{i=1}^N s_{4(i-1)} - s_{4(i-1)+2}, \quad (2)$$

$$y_1 = \sum_{i=1}^N s_{4(i-1)+1} - s_{4(i-1)+3}, \quad (3)$$

где s_4 — квадратурные составляющие, вычисляем результат z , равный

$$z = \sqrt{y_0^2 + y_1^2}. \quad (4)$$

Определим отклик цифрового устройства на входное узкополосное воздействие вида (5)

$$s(t) = S(t) \cos(\omega_0 t + \psi_C(t)). \quad (5)$$

С учетом (2) и (3) получим

$$z = \sqrt{\left[\sum_{i=1}^N s_{4(i-1)} - s_{4(i-1)+2} \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^N s_{4(i-1)+1} - s_{4(i-1)+3} \right]^2}. \quad (6)$$

Если последний период сигнала поступил (завершился) в момент времени t , то можно записать

$$z(t) = \sqrt{\left[\sum_{i=1}^{2N-1} A(t_i) \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{2N-1} B(t_i - T_{KB}) \right]^2}, \quad (7)$$

где $t_i = t - i \cdot 2T_{KB}$ — моменты квантования сигнала в квадратурном канале с индексом 0. С учетом (8)

$$\begin{cases} A(t) = S(t) \cos \psi_C(t), \\ B(t) = S(t) \sin \psi_C(t) \end{cases} \quad (8)$$

получим

$$z(t) = \sqrt{\left[\sum_{i=0}^{2N-1} S(t_i) \cos \psi_C(t_i) \right]^2 + \left[\sum_{i=0}^{2N-1} S(t_i - T_{KB}) \sin \psi_C(t_i - T_{KB}) \right]^2}. \quad (9)$$

Как видно, отклик зависит от характера изменения во времени как амплитуды, так и фазы узкополосного сигнала. Если они являются медленными функциями времени, то есть

$$\begin{cases} S(t_i) \approx S(t_i - T_{KB}), \\ \psi_C(t_i) \approx \psi_C(t_i - T_{KB}), \end{cases} \quad (10)$$

то из (9) приближенно получим

$$z(t) = \sqrt{\left[\sum_{i=0}^{2N-1} S(t_i) \cos \psi_C(t_i) \right]^2 + \left[\sum_{i=0}^{2N-1} S(t_i) \sin \psi_C(t_i) \right]^2}. \quad (11)$$

Если фаза $\psi_C(t)$ входного сигнала постоянна во времени, то из (11) следует

$$z(t) = \sum_{i=0}^{2N-1} S(t_i), \quad (12)$$

то есть отклик пропорционален среднему по $2N$ отсчетам значению амплитуды узкополосного сигнала за последние N периодов (за интервал времени $2NT_0/2 = NT_0$). При постоянной амплитуде получим, что величина z также постоянна и равна

$$z = 2NS. \quad (13)$$

Таким образом, предлагаемая вычислительная процедура обеспечивает линейную взаимосвязь отклика с амплитудой входного гармонического воздействия.

Структурная схема устройства (и алгоритма) оценки амплитуды узкополосного сигнала показана на рис. 1. Здесь КВ — блок квадратичного преобразования для вычисления z .

Предложенный алгоритм можно использовать для обнаружения узкополосного сигнала [2] и демодуляции сигналов с амплитудной модуляцией.

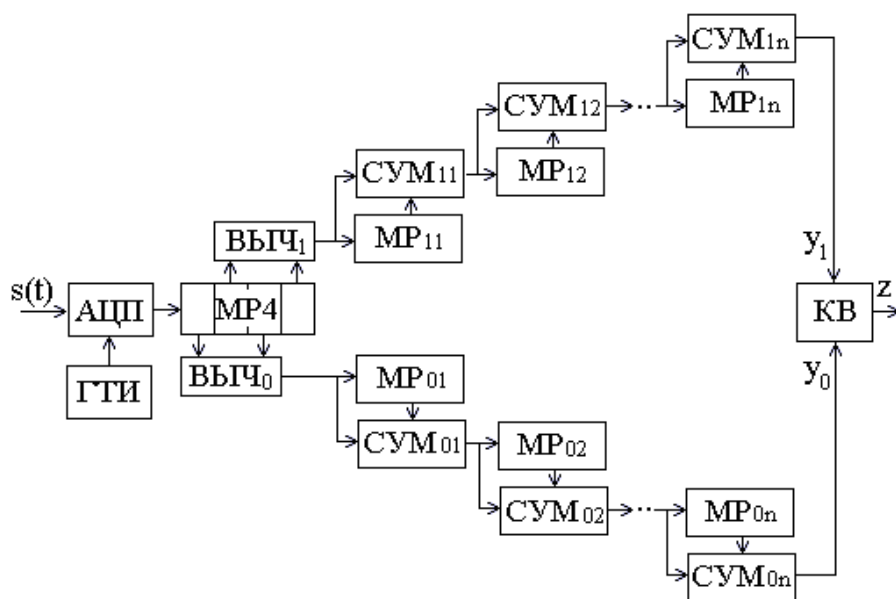


Рис. 1. Структурная схема устройства оценки амплитуды узкополосного сигнала

Недостатком структурной схемы, показанной на рис. 1, является то, что нелинейная операция (4) извлечения квадратного корня из суммы квадратов величин y_0 и y_1 для оценки амплитуды весьма трудоемка в части аппаратных и программных ресурсов устройств. Для решения проблемы разработана процедура приближенного вычисления этой величины [3]

$$z' = 0,828427(y_0 + y_1) - 0,3431452 \cdot y_0 y_1, \quad (14)$$

которая требует меньших вычислительных затрат. Зависимости z и z' от величин y_0 и y_1 , изменяющихся в диапазоне от 0 до 1, показаны на рис. 2, а. На рис. 2, б приведена зависимость погрешности приближения (14), которая оказывается вполне удовлетворительной, т.к. разность Δz между вычисленным точным значением z и приближенным значением z' значительно меньше z :

$$\Delta z = z - z'. \quad (15)$$

Можно предложить более простой вариант вычисления величины (4) вида

$$z'' = y_0 + y_1 - 0,75 \cdot y_0 y_1 \quad (16)$$

с более удобными для цифровых вычислений множителями.

Зависимость z'' от величин y_0 и y_1 в интервале от 0 до 1 показана на рис. 3, а. На рис. 3, б приведена зависимость погрешности

$$\Delta z = z - z'' \quad (17)$$

приближения (16). Как видно, она также удовлетворительна.

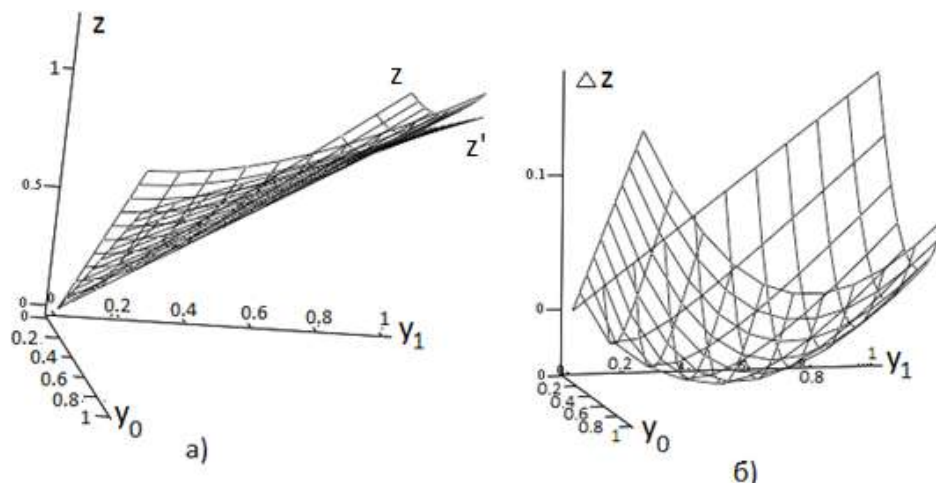


Рис. 2. Зависимости z и z' от величин y_0 и y_1 , изменяющихся в диапазоне от 0 до 1

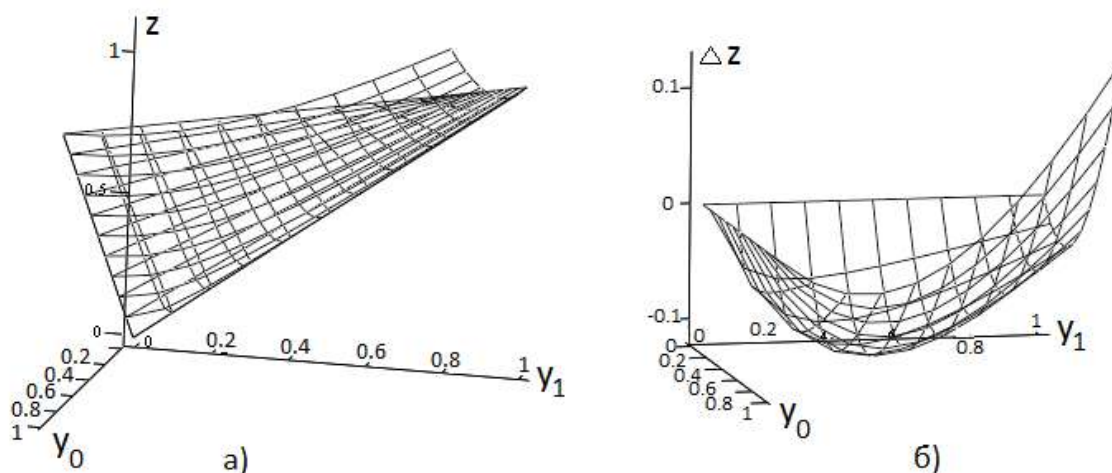


Рис. 3. Зависимость z'' от величин y_0 и y_1 в интервале от 0 до 1

Возможности определения мгновенной фазы и частоты комплексного сигнала с помощью преобразования Гильберта рассмотрены в [4]. Аналогично этому для модели узкополосного сигнала (5) для мгновенной фазы сигнала $\psi_c(t)$ можно записать

$$\psi_c(t) = \begin{cases} -\operatorname{arctg}\left[\frac{B(t)}{A(t)}\right] & \text{при } A(t) \geq 0, \\ \pi - \operatorname{arctg}\left[\frac{B(t)}{A(t)}\right] & \text{при } A(t) < 0, \end{cases} \quad (18)$$

а для мгновенного изменения частоты $\omega(t)$ в окрестности ω_0 — соответственно

$$\omega(t) = \frac{d\psi_c(t)}{dt}. \quad (19)$$

Алгоритм обработки формирует оценки амплитуд синфазной y_{n0} (2) и квадратурной y_{n1} (3) составляющих узкополосного сигнала в дискретные моменты времени t_n (n — номер последнего обработанного периода), тогда

$$\psi_c(t_n) = \begin{cases} -\operatorname{arctg}\left[\frac{y_{n1}}{y_{n0}}\right] & \text{при } y_{n0} \geq 0, \\ \pm \pi - \operatorname{arctg}\left[\frac{y_{n1}}{y_{n0}}\right] & \text{при } y_{n0} < 0, \end{cases} \quad (20)$$

а для оценки частоты согласно (19) получим

$$\omega(t_n) = \omega_0 \left[\psi_c(t_n) - \psi_c(t_{n-1}) \right] \quad (\text{рад/с}) \quad (21)$$

или

$$f(t_n) = \frac{f_0 \left[\psi_c(t_n) - \psi_c(t_{n-1}) \right]}{2\pi} \quad (\text{Гц}). \quad (22)$$

На рис. 4 показана структурная схема устройства оценки мгновенной фазы и частоты узкополосного сигнала, вытекающая из базовой схемы [5] с учетом операций (20) и (22). Полученные на выходе базового алгоритма значения амплитуд синфазной y_{n0} (2) и квадратурной y_{n1} (3) составляющих узкополосного сигнала преобразуются в блоке Ф вычисления мгновенной фазы ψ согласно (20) и затем, при необходимости, поступают в дифференциатор Д для формирования оценки мгновенной частоты f согласно (22).

Предлагаемые алгоритмы (рис. 4) могут использоваться для демодуляции сигналов с аналоговой и цифровой ФМ и ЧМ. При оценке мгновенной фазы диапазон ее изменения может превышать 2π , при этом возникают скачки фазы, которые необходимо компенсировать программно.

Примеры аналоговой фазовой демодуляции в устройстве на рис. 4 при $N = 1024$ показаны на рис. 5 для сигнала с тональной ФМ вида

$$s(t) = S \cdot \sin 2\pi f_0 t + b \cdot \sin(2\pi F t), \quad (23)$$

где f_0 — несущая частота, F — частота модуляции фазы, b — амплитуда изменения фазы, i — номер текущего периода (ось нормированного времени).

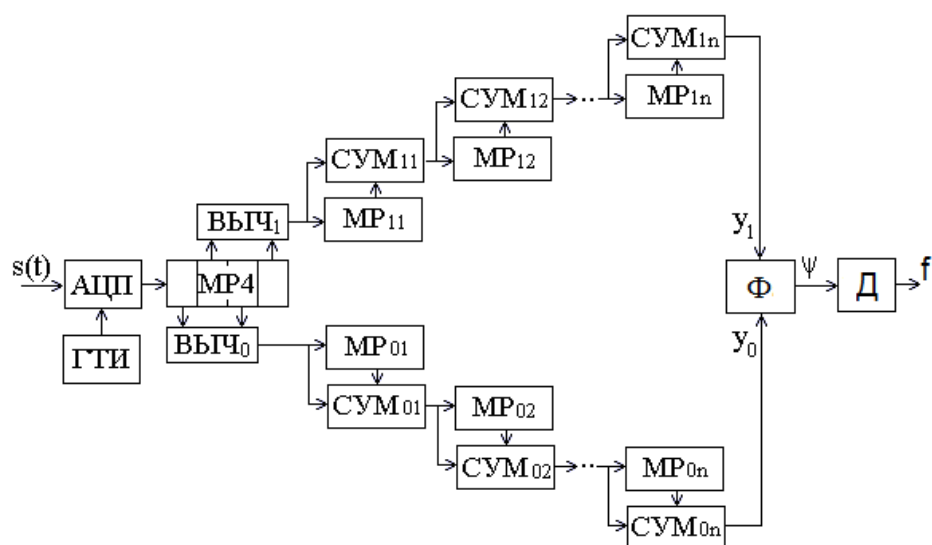


Рис. 4. Структурная схема алгоритма оценки мгновенной фазы и частоты узкополосного сигнала

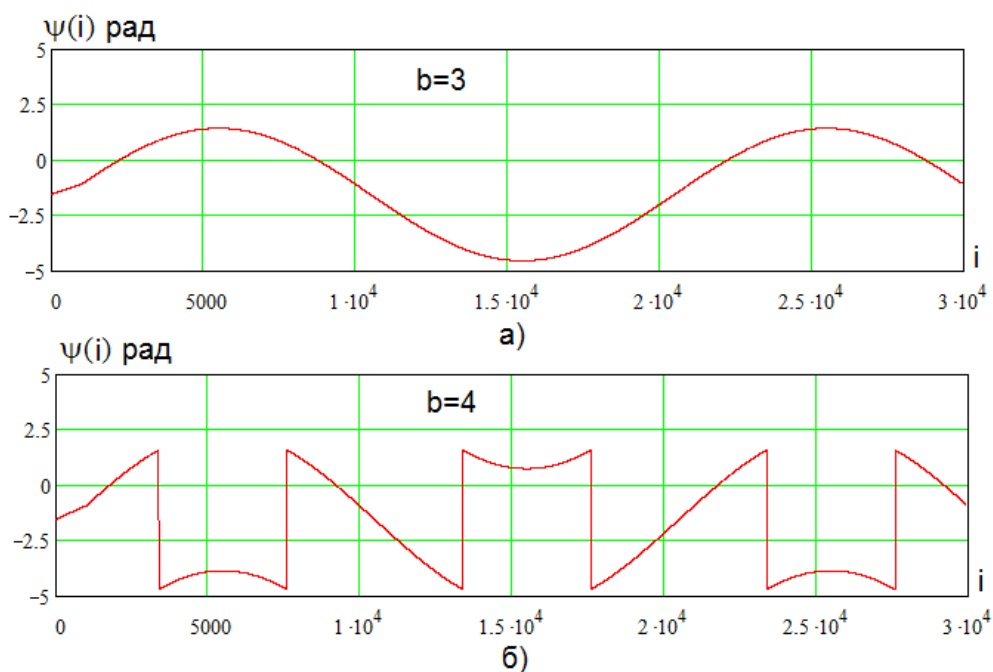


Рис. 5. Аналоговая фазовая демодуляция в устройстве при $N = 1024$

На рис. 5, а показан результат фазовой демодуляции при $b = 3$ (изменение фазы не выходит за пределы 2π) без изменения формы синусоидального модулирующего сигнала. Ниже на рис. 5, б приведен результат демодуляции ФМ сигнала при $b = 4$, приводящий к скачкам фазы (на соответствующих интервалах переменной i из него необходимо вычитать или прибавлять 2π). Проблема устранения скачков оценки фазы при использовании численных методов ее оценки рассмотрена в [6], где предложены соответствующие алгоритмы.

Функцию вида (23) можно рассматривать и как сигнал с аналоговой (тональной) ЧМ, при этом величина b является индексом ЧМ, а девиация частоты ΔF равна

$$\Delta F = b \cdot F. \quad (24)$$

В результате на выходе дифференциатора Д (рис. 4) после преобразования (22) получаем сигнал, равный изменению частоты в ЧМ сигнале. Пример при $b = 5$ и $F = 500$ Гц показан на рис. 6. В начале наблюдается переходной процесс продолжительностью $N = 1024$ периодов, влияние скачков фазы легко устраняется программно.

Трудоемкая операция вычисления фазы (20) может существенно упрощаться с помощью предложенных в [4] методов вычисления функции $\arctg(x)$.

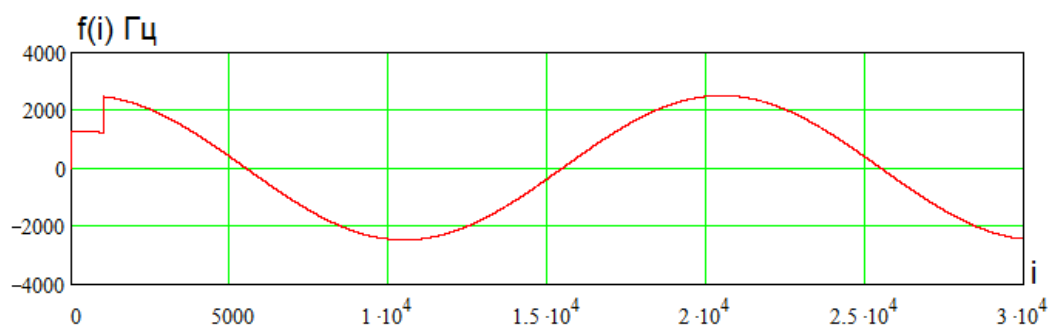


Рис. 6. Вид сигнала на выходе дифференциатора

ЛИТЕРАТУРА

1. Глушков А.Н., Хохлов Н.С. Некогерентная квадратурная обработка радиосигналов на основе быстрых цифровых алгоритмов для мониторинга радиочастотного спектра в технологиях когнитивного радио // Вестник ВИ МВД России. — 2013. — №3. — С. 19—26.
2. Пат. 2257671 Российская Федерация, МПК Н 04 В 1/10. Цифровой обнаружитель узкополосных сигналов / Глушков А.Н., Литвиненко В.П., Проскуряков Ю.Д.; заявитель и патентообладатель ФГУП Воронеж. научн.-исслед. ин-т «Вега». — №2003135817/09; заявл. 09.12.03; опубл. 27.07.05, Бюл.№21. — 6 с.
3. Солонина А.И., Улахович Д.А., Яковлев Л.А. Алгоритмы и процессоры цифровой обработки сигналов. — СПб.: БХВ-Петербург, 2002. — 464 с.
4. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов. — М.: ООО «Бином-Пресс», 2006. — 656с.
5. Быстрые цифровые алгоритмы обнаружения узкополосных сигналов / С.В. Бухарин, А.Н. Глушков, Н.А. Костров, В.П. Литвиненко // Телекоммуникации. — 2004. — №10. — С. 22—26.
6. Зверев В.А., Стромков А.А. Выделение сигналов из помех численными методами. — Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2001. — 188 с.

REFERENCES

1. Glushkov A.N., Hohlov N.S. Nekogerentnaya kvadrurnaya obrabotka radiosignalov na osnove bystrykh tsifrovyykh algoritmov dlya monitoringa radiochastotnogo spektra v tehnologiyah kognitivnogo radio // Vestnik VI MVD Rossii. — 2013. — № 3. — S. 19—26.
2. Pat. 2257671 Rossiyskaya Federatsiya, MPK H 04 B 1/10. Tsifrovoy obnaruzhitel uzkopolosnykh signalov / Glushkov A.N., Litvinenko V.P., Proskuryakov Yu.D.; zayavitel i patentoobladatel FGUP Voronezh. nauchn.-issled. in-t «Vega». — № 2003135817/09; zayavl. 09.12.03; opubl. 27.07.05, Byul.№21. — 6 s.
3. Solonina A.I., Ulahovich D.A., Yakovlev L.A. Algoritmy i protsessory tsifrovoy obrabotki signalov. — SPb.: BHV-Peterburg, 2002. — 464 s.
4. Layons R. Tsifrovaya obrabotka signalov. — M.: OOO «Binom-Press», 2006. — 656 s.
5. Byistrye tsifrovyie algoritmy obnaruzheniya uzkopolosnykh signalov / S.V. Buharin, A.N. Glushkov, N.A. Kostrov, V.P. Litvinenko // Telekommunikatsii. — 2004. — № 10. — S. 22—26.
6. Zverev V.A., Stromkov A.A. Vydelenie signalov iz pomekh chislennymi metodami. — Nizhniy Novgorod: IPF RAN, 2001. — 188 s.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Глушков Алексей Николаевич. Доцент кафедры инфокоммуникационных систем и технологий. Кандидат технических наук.
Воронежский институт МВД России.
E-mail: anglush@rambler.ru
Россия, 394065, г. Воронеж, проспект Патриотов, 53. Тел. (473) 200-52-31.

Glushkov Alexej Nikolaevich. Assistant professor of infocommunication systems and technologies. Candidate of technical sciences.
Voronezh institute of the Ministry of the Interior of Russia.
Work address: Russia, 394065, Voronezh, Prospect Patriotov, 53. Tel. (473) 200-52-31.

Ключевые слова: узкополосный радиосигнал; цифровая обработка сигнала; фазоманипулированные сигналы; частота квантования; квадратурный канал обработки.

Key words: narrow-band radio; digital signal processing; phase-shift keyed signals; sampling frequency; quadrature channel handling.

УДК 621.391