МИНИСТЕРСТВО ВНУТРЕННИХ ДЕЛ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ДЕПАРТАМЕНТ ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ И КАДРОВ

В. А. Богаевский,
И. А. Паршутин,
А. Н. Сударик

МАТЕМАТИКО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ ПСИХОЛОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Учебное пособие

Второе издание,
переработанное и дополненное

Допущено Министерством внутренних дел Российской Федерации в качестве учебного пособия для курсантов и слушателей образовательных организаций высшего образования системы МВД России, сотрудников органов внутренних дел Российской Федерации

Москва
2019

ББК 88
Б73

Рецензенты:

А. С. Душкин, кандидат психологических наук, доцент
(Санкт-Петербургский университет МВД России);
С. И. Филиппченкова, доктор психологических наук, доцент
(Тверской государственный технический университет);
А. С. Олейникова, кандидат психологических наук
(Департамент государственной службы и кадров МВД России);
В. В. Меньших, доктор физико-математических наук, профессор
(Воронежский институт МВД России)

Авторский коллектив:

В. А. Богаевский, кандидат психологических наук;
И. А. Паршутин, кандидат психологических наук, доцент;
А. Н. Сударик, кандидат психологических наук, доцент

Богаевский В. А.
Б73 Математико-статистические методы обработки данных психологических исследований : учебное пособие / В. А. Богаевский, И. А. Паршутин, А. Н. Сударик. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Московский университет МВД России имени В.Я. Кикотя, 2019. – 72 с.

Учебное пособие представляет собой краткое практическое руководство по методам математико-статистической обработки данных психологического исследования.

В доступной иллюстративной форме на примерах рассматриваются основные методы обработки данных, включая параметрические критерии оценки различий, корреляционный и регрессионный анализы.

Приведены необходимые теоретические сведения для расчета типовых задач, наиболее часто встречающихся в экспериментальных психологических исследованиях.

Учебное пособие предназначено для курсантов и слушателей образовательных организаций высшего образования системы МВД России, сотрудников органов внутренних дел Российской Федерации.

ББК 88

Оглавление

Введение

Математическая статистика в руках психолога может и должна быть мощным инструментом, позволяющим не только успешно лавировать в море экспериментальных данных, но и, прежде всего, способствовать становлению его объективного мышления.

Настоящее учебное пособие призвано решить следующие задачи:

1) дать представление об основных статистических процедурах;

2) научить проводить первоначальную статистическую обработку данных экспериментальных исследований;

3) научить делать правильные психологические выводы на основе результатов статистического анализа;

4) грамотно подготавливать данные для работы со статистическим пакетом программы «MS Office Excel» и правильно понимать результаты проведенного анализа эмпирических данных.

1. ИЗМЕРЕНИЕ В ПСИХОЛОГИЧЕСКОМ ИССЛЕДОВАНИИ

В ходе психологического исследования изучаемые характеристики могут получать количественное выражение, например баллы по шкалам теста. Полученные количественные данные эксперимента подвергаются затем статистической обработке [2].

Измерение, проводимое в психологическом исследовании, может быть определено как приписывание чисел изучаемым явлениям, которое осуществляется по определенным правилам [2].

Измеряемый объект сравнивается с некоторым эталоном, в результате чего получает его численное выражение. Закодированная в числовой форме информация позволяет использовать математические методы и выявлять то, что без обращения к числовой интерпретации могло бы остаться скрытым. Кроме того, числовое представление изучаемых явлений позволяет оперировать сложными понятиями в более сокращенной форме. Именно этими обстоятельствами объясняется использование измерений в любой науке, в том числе и психологии.

В целом научно-исследовательскую работу психолога, проводящего измерения, можно представить в следующей последовательности [2]:

1. Исследователь (психолог).
2. Предмет исследования (психические свойства, процессы, функции и т. п.).
3. Испытуемый (группа испытуемых).
4. Эксперимент (измерение).
5. Данные эксперимента (числовые коды).
6. Статистическая обработка данных эксперимента.
7. Результат статистической обработки (числовые коды).
8. Выводы (печатный текст: отчет, диплом, статья и т. п.).
9. Получатель научной информации (руководитель курсовой, дипломной или кандидатской работы, заказчик, читатель статьи и т. п.).

Любой вид измерения предполагает наличие единиц измерения. Единица измерения – это та «измерительная палочка», как говорил С. Стивенс, которая является условным эталоном для осуществления тех или иных измерительных процедур [2]. В естественных науках и технике существуют стандартные единицы измерения, например, градус, метр, ампер и т. д.

Психологические переменные за единичными исключениями не имеют собственных измерительных единиц. Поэтому в большинстве случаев значение психологического признака определяется при помощи специальных измерительных шкал.

Согласно С. Стивенсу, существует четыре типа измерительных шкал (или способов измерения) [2]:

1) номинативная (номинальная или шкала наименований);
2) порядковая (ординарная или ранговая шкала);
3) интервальная (шкала равных интервалов);
4) шкала отношений (шкала равных отношений).

Все находящиеся в скобках наименования являются синонимами изначальному понятию.

Процесс присвоения количественных (числовых) значений имеющейся у исследователя информации называется кодированием. Иными словами, кодирование – это такая операция, с помощью которой экспериментальным данным придается форма числового сообщения (кода).

Применение процедуры измерения возможно только четырьмя вышеперечисленными способами. Причем каждая измерительная шкала имеет собственную, отличную от других форму числового представления или кода. Поэтому закодированные признаки изучаемого явления, измеренные по одной из названных шкал, фиксируются в строго определенной числовой системе, определяемой особенностями используемой шкалы.

Измерения, осуществляемые с помощью двух первых шкал, считаются качественными, а осуществляемые с помощью двух последних шкал – количественными. С развитием научных познаний все более возрастающее значение приобретает количественное описание на основе методов измерения. При этом преследуются две конкретных цели:

1. Повышение и оценка степени точности вывода. Количественные данные позволяют по сравнению с качественными описаниями достичь более высокой степени точности и дают при этом возможность для принятия более обоснованных решений.

2. Формулирование законов. Цель каждой науки – описывать через законы существенные отношения между исследуемыми явле-

ниями. Если эти отношения можно выразить количественно в виде функциональных зависимостей, то прогностические возможности сформулированного таким образом закона природы значительно возрастают.

Номинативная шкала (шкала наименований)

Измерение в номинативной шкале состоит в присваивании какому-либо свойству или признаку определенного обозначения или символа (численного, буквенного и т. п.). По сути дела, процедура измерения сводится к классификации свойств, группировке объектов, к объединению их в классы при условии, что объекты, принадлежащие к одному классу, идентичны (или аналогичны) друг другу в отношении какого-либо признака или свойства, тогда как объекты, различающиеся по этому признаку, попадают в разные классы [2].

Иными словами, при измерениях по этой шкале осуществляется классификация или распределение объектов (например, типы акцентуации характера личности) на непересекающиеся классы, группы. Таких непересекающихся классов может быть несколько. Классический пример измерения по номинативной шкале в психологии – разбиение людей по четырем темпераментам: сангвиник, холерик, флегматик и меланхолик.

Номинальная шкала определяет, что разные свойства или признаки качественно отличаются друг от друга, но не подразумевает каких-либо количественных операций с ними. Так, для признаков, измеренных по этой шкале, нельзя сказать, что какой-то из них больше, а какой-то меньше, какой-то лучше, а какой-то хуже. Можно лишь утверждать, что признаки, попавшие в разные группы (классы), различны. Последнее и характеризует данную шкалу как качественную.

Приведем еще пример измерения в номинативной шкале [2]. Психолог изучает мотивы увольнения с работы:

а) не устраивал заработок;

б) неудобная сменность;

в) плохие условия труда;

г) неинтересная работа;

д) конфликт с начальством и т. д.

Самая простая номинативная шкала называется дихотомической. При измерениях по дихотомической шкале измеряемые признаки можно кодировать двумя символами или цифрами, например

0 и 1, или буквами *А* и *Б*, а также любыми двумя отличающимися друг от друга символами. Признак, измеренный по дихотомической шкале, называется альтернативным.

В дихотомической шкале все объекты, признаки или изучаемые свойства разбиваются на два непересекающихся класса, при этом исследователь ставит вопрос о том, «проявился» ли интересующий его признак у испытуемого или нет. Например, в исследовании из 30 испытуемых принимали участие 23 женщины, которым можно поставить цифру 0, и 7 мужчин, кодируемых цифрой 1.

Приведём ещё примеры, относящиеся к измерениям по дихотомической шкале:

а) испытуемый ответил на пункт опросника либо «да», либо «нет»;

б) кто-то проголосовал «за», кто-то «против»;

в) человек либо «экстраверт», либо «интроверт» и т. д.

Во всех перечисленных случаях получаются два непересекающихся множества, применительно к которым можно только подсчитать количество индивидов, обладающих тем или иным признаком.

В номинативной шкале можно подсчитать частоту встречаемости признака, т. е. число испытуемых, явлений и т. п., попавших в данный класс (группу) и обладающих данным свойством.

<u>Порядковая (ранговая, ординарная) шкала</u>

Измерение по этой шкале расчленяет всю совокупность измеренных признаков на такие множества, которые связаны между собой отношениями типа «больше – меньше», «выше – ниже», «сильнее – слабее» и т. п. Если в предыдущей шкале было несущественно, в каком порядке располагаются измеренные признаки, то в порядковой (ранговой) шкале все признаки располагаются по рангу – от самого большего (высокого, сильного, умного и т. п.) до самого маленького (низкого, слабого, глупого и т. п.) или наоборот.

Типичный и очень хорошо известный всем пример порядковой шкалы – это школьные оценки: от 5 до 1 балла.

В порядковой (ранговой) шкале должно быть не меньше трех классов (групп): например, ответы на опросник: «да», «не знаю», «нет».

Приведем еще пример измерения в порядковой шкале. Психолог изучает социометрические статусы членов коллектива:

1. «Популярные».

2. «Предпочитаемые».

3. «Пренебрегаемые».
4. «Изолированные».
5. «Отвергаемые».

Шкала интервалов (интервальная шкала)

В шкале интервалов, или интервальной шкале, каждое из возможных значений измеренных величин отстоит от ближайшего на равном расстоянии. Главное понятие этой шкалы – интервал, который можно определить как долю или часть измеряемого свойства между двумя соседними позициями на шкале. Размер интервала – величина фиксированная и постоянная на всех участках шкалы.

При работе с этой шкалой измеряемому свойству или предмету присваивается соответствующее число. Важной особенностью шкалы интервалов является то, что у нее нет естественной точки отсчета (нуль условен и не указывает на отсутствие измеряемого свойства).

Так, в психологии часто используется семантический дифференциал Ч. Осгуда, который является примером измерения по интервальной шкале различных психологических особенностей личности, социальных установок, ценностных ориентаций, субъективноличностного смысла, различных аспектов самооценки и т. п.:

-3	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**	**3**
абсолютно не согласен			**не знаю**			**абсолютно согласен**

Шкала отношений (шкала равных отношений)

Шкалу отношений называют также шкалой равных отношений**.** Особенностью этой шкалы является наличие твердо фиксированного нуля, который означает полное отсутствие какого-либо свойства или признака.

Шкала отношений, по сути, очень близка интервальной, поскольку если строго фиксировать начало отсчета, то любая интервальная шкала превращается в шкалу отношений.

Именно в шкале отношений производятся точные и сверхточные измерения в таких науках, как физика, медицина, химия и др. Приведем примеры: сила гравитации, частота сердцебиения, скорость реакции. В основном измерение по шкале отношений производится в близких к психологии науках, таких, как психофизика, психофизиология, психогенетика. Это обусловлено тем, что очень сложно найти пример психического явления, которое потенциально могло бы отсутствовать в деятельности человека.

Контрольные вопросы и задания

1. Какие измерительные шкалы (способы измерения) Вы знаете?
2. Какие величины измеряет номинативная шкала? Приведите примеры.
3. Какие величины измеряет порядковая шкала? Приведите примеры.
4. Какие величины измеряет шкала интервалов? Приведите примеры.
5. Какие величины измеряет шкала отношений? Приведите примеры.
6. В чем особенность шкалы семантического дифференциала Ч. Осгуда?
7. Какая последовательность действий психолога, проводящего измерение?

2. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ПРОВЕРКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ

2.1. Понятие нормального распределения

Нормальное распределение играет большую роль в математической статистике, поскольку многие статистические методы предполагают, что анализируемые с их помощью экспериментальные данные распределены нормально. График нормального распределения имеет вид колоколообразной кривой (см. рис.).

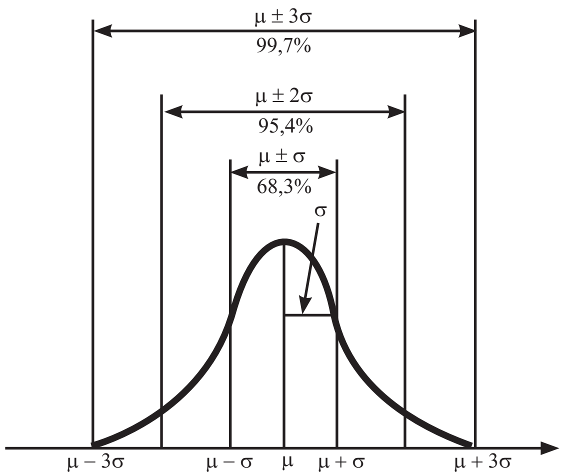


Рис. Кривая нормального распределения

Его важной особенностью является то, что форма и положение графика нормального распределения определяется только двумя параметрами: средним значением μ (мю) и стандартным отклонением σ (сигма).

Нормальным такое распределение было названо потому, что оно наиболее часто встречалось в естественнонаучных исследованиях и казалось «нормой» распределения случайных величин.

В реальных психологических экспериментах редко получаются данные, распределенные строго по нормальному закону. В большинстве случаев сырые психологические данные часто дают асимметричные, «ненормальные» распределения. По мнению

Е.В. Сидоренко, причина этого заключается в самой специфике некоторых психологических признаков, когда от 10 до 20 % испытуемых могут получить либо очень низкие, либо очень высокие оценки по методикам [8]. Распределение таких оценок не может быть нормальным, как бы ни увеличивался объем выборки.

Важнейшими первичными статистиками, по которым проверяется нормальность распределения выборочных эмпирических данных, являются:

а) **средняя арифметическая величина** (**среднее**) – величина, сумма отрицательных и положительных отклонений выборочных данных от которой равна нулю. В статистике ее обозначают буквой **M** или **X**;

б) **мода** – это числовое значение измеряемой характеристики, которое встречается в выборке наиболее часто. Мода обозначается как $\mathbf{M_o}$;

в) **медиана** – это числовое значение измеряемой характеристики, по отношению к которой, по крайней мере, 50 % выборочных значений меньше нее и, по крайней мере, 50 % – больше. Обозначается как $\mathbf{M_e}$;

г) **среднее квадратичное отклонение** (**стандартное отклонение**) – мера разнообразия входящих в группу объектов. Она показывает, на сколько в среднем отклоняется каждая варианта (конкретное значение оцениваемой характеристики) от средней арифметической величины. Обозначается греческой буквой σ (сигма). Чем сильнее разбросаны варианты относительно средней арифметической величины, тем большим оказывается среднее квадратичное отклонение.

Сигма – величина именованная и зависит не только от степени варьирования, но и от единиц измерения. Поэтому по сигме можно сравнивать изменчивость лишь одних и тех же показателей, а сопоставлять сигмы разных признаков по абсолютной величине нельзя. Для того чтобы сравнить по уровню изменчивости признаки любой размерности (выраженные в различных, единицах измерения) и избежать влияния масштаба измерении средней арифметической на величину сигмы, применяют коэффициент вариации, который представляет собой по существу приведение к одинаковому масштабу величины σ.

д) **коэффициент вариации** – частное от деления сигмы на среднее, умноженное на 100 %. Обозначается коэффициент вариации как *CV* и вычисляется по формуле:

$$CV = \sigma / M \times 100\ \%. \quad (2.1)$$

Для нормального распределения эмпирических данных характерна закономерность, установленная между модой, медианой и средним и выражающаяся в следующем равенстве:

$$M = M_o = M_e. \quad (2.2)$$

Для нормального распределения известны точные количественные зависимости частот и значений, позволяющие прогнозировать появление новых вариант:

– слева и справа от средней арифметической величины лежит 50 % вариант;

– в интервале от М-1σ до М+1σ лежат 68,3 % всех вариант;

– в интервале от М-2σ до М+2σ лежат 95,4 % вариант;

– в интервале от М-3σ до М+3σ лежат 99,7 % вариант [2].

Таким образом, ориентируясь на эти характеристики нормального распределения можно оценить степень близости к нему рассматриваемого распределения.

Следующими по важности являются такие первичные статистики как коэффициент асимметрии и эксцесс.

Коэффициент асимметрии (*A*) – численная мера скошенности распределения в левую или правую сторону по оси ординат. Коэффициент асимметрии вычисляется по формуле:

$$A = \sum_{i=1}^{N} f_i (x_i - x)^3 / N \times \sigma^3 \quad (2.3)$$

где f_i – частота x_i-го значения измеряемой характеристики в выборочных данных; N – объем выборочных данных.

Если правая ветвь кривой распределения длиннее левой (правосторонняя скошенность) – говорят о положительной асимметрии, в противоположном случае (левосторонняя скошенность) – об отрицательной. Для нормального (симметричного) распределения коэффициент асимметрии равен нулю (А=0).

Эксцесс (*E*) – количественная мера «горбатости» распределения, показатель островершинности (туповершинности) кривой распределения.

Коэффициент эксцесса вычисляется по формуле:

$$E = \sum_{i=1}^{N} f_i(x_i - x)^4 / N \times \sigma^4 - 3 \qquad (2.4)$$

Кривые, более высокие в своей средней части, островершинные, называются эксцессивными, у них большая величина эксцесса и его значение имеет положительный знак. При уменьшении величины эксцесса кривая становится все более плоской, приобретая вид плато, а затем и седловины – с прогибом в средней части. При этом значение эксцесса имеет отрицательный знак. Величина эксцесса в нормальном распределении равняется нулю (E=0).

Эти параметры позволяют составить первое приближенное представление о характере распределения.

Точную и строгую оценку нормальности распределения можно получить, используя один из существующих методов проверки, например, с помощью критерия «хи-квадрат» Пирсона $\chi^2_{эмп}$ [2]. Пример решения такой задачи будет рассмотрен в подразделе 3.1.

Репрезентативность – степень соответствия выборочных показателей генеральным параметрам.

Статистические ошибки репрезентативности показывают, в каких пределах могут отклоняться от параметров генеральной совокупности (от математического ожидания или истинных значений) наши частные распределения, полученные на основании конкретных выборок. Очевидно, что величина ошибки тем больше, чем больше варьирование признака и чем меньше выборка. Это и отражено в формулах для вычисления статистических ошибок, характеризующих варьирование выборочных показателей вокруг их генеральных параметров.

В число первичных статистик входит **статистическая ошибка средней арифметической величины**. Формула для её вычисления такова:

$$m_M = \pm \sigma/n^{1/2}, \qquad (2.5)$$

где m_M – ошибка среднего; σ – стандартное отклонение; n – число значений признака.

2.2. Понятие выборки

Выборка – любая группа испытуемых, выделенных из совокупности всех людей, относительно которых учёный намерен сделать выводы при изучении конкретной проблемы (генеральная совокупность) [2].

Выборки называются ***независимыми*** (несвязанными), если процедура эксперимента и полученные результаты измерения некоторого свойства у испытуемых одной выборки не оказывают влияния на особенности протекания этого же эксперимента и результаты измерения этого же свойства у испытуемых (респондентов) другой выборки.

И, напротив, выборки называется ***зависимыми*** (связанными), если процедура эксперимента и полученные результаты измерения некоторого свойства, проведенные на одной выборке, оказывают влияние на другую.

Следует подчеркнуть, что одна и та же группа испытуемых, на которой дважды проводилось психологическое обследование (пусть даже разных психологических качеств, признаков, особенностей), всё равно оказывается зависимой, или связной выборкой.

2.3. Проверка статистических гипотез

Полученные в экспериментах выборочные данные всегда ограничены и носят в значительной мере случайный характер. Именно поэтому для анализа таких данных и используется математическая статистика, позволяющая обобщать закономерности, полученные на выборке, и распространять их на всю генеральную совокупность [2].

В начале математической обработки данных экспериментатором выдвигается статистическая гипотеза – формальное предположение о том, что сходство (или различие) некоторых эмпирических данных случайно или, наоборот, неслучайно.

Сущность проверки статистической гипотезы заключается в том, чтобы установить, согласуются ли экспериментальные данные и выдвинутая гипотеза, допустимо ли отнести расхождение между гипотезой и результатом статистического анализа экспериментальных данных за счет случайных причин? Таким образом, статистическая гипотеза это научная гипотеза, допускающая статистическую проверку, а математическая статистика это научная дисциплина, задачей которой является научно обоснованная проверка статистических гипотез.

При проверке статистических гипотез используются два понятия: так называемая нулевая (обозначение H_0) и альтернативная гипотеза (обозначение H_1).

Принято считать, что нулевая гипотеза H_0 – это гипотеза о сходстве, а альтернативная H_1 – гипотеза о различии. Таким образом, принятие нулевой гипотезы H_0 свидетельствует об отсутствии различий, а гипотезы H_1 – о наличии различий.

При проверке гипотезы экспериментальные данные могут противоречить гипотезе H_0, тогда эта гипотеза отклоняется. В противном случае, т. е. если экспериментальные данные согласуются с гипотезой H_0, она не отклоняется. Часто в таких случаях говорят, что гипотеза H_0 принимается.

Отсюда видно, что статистическая проверка гипотез, основанная на экспериментальных данных, неизбежно связана с риском (вероятностью) принять ложное решение. При этом возможны ошибки двух родов. Ошибка первого рода произойдет, когда будет принято решение отклонить гипотезу H_0, хотя в действительности она оказывается верной. Ошибка второго рода произойдёт, когда будет принято решение не отклонять гипотезу H_0, хотя в действительности она будет неверна. Очевидно, что и правильные выводы могут быть приняты также в двух случаях. Вышесказанное представлено в табл. 2.1:

Таблица 2.1

Статистические ошибки

Результат проверки гипотезы H_0	**Возможные состояния проверяемой гипотезы**	
	Верна гипотеза H_0	*Верна гипотеза H_1*
Гипотеза H_0 отклоняется	Ошибка первого рода	Правильное решение
Гипотеза H_0 не отклоняется	Правильное решение	Ошибка второго рода

Не исключено, что исследователь может ошибиться в своем статистическом решении. Поскольку исключить ошибки при принятии статистических гипотез невозможно, то необходимо минимизировать возможные последствия, т. е. принятие неверной статистической гипотезы. В большинстве случаев единственный путь минимизации ошибок заключается в увеличении объема.

При обосновании статистического вывода следует решить вопрос, где же проходит линия между принятием и отвержением нулевой гипотезы? В силу наличия в эксперименте случайных влияний эта граница не может быть проведена абсолютно точно. Она базируется на понятии уровня значимости.

Уровнем значимости называется вероятность ошибочного отклонения нулевой гипотезы. Или, иными словами, уровень значимости – это вероятность ошибки первого рода при принятии решения. Для обозначения этой вероятности, как правило, употребляют латинскую букву p.

Исторически сложилось так, что в прикладных науках, использующих статистику, и в частности в психологии, считается, что низшим уровнем статистической значимости является уровень p=0,05; достаточным – уровень p=0,01 и высшим – уровень p=0,001.

Величины 0,05, 0,01 и 0,001 – это так называемые стандартные уровни статистической значимости. При статистическом анализе экспериментальных данных психолог в зависимости от задач и гипотез исследования должен выбрать необходимый уровень значимости. Как видим, здесь наибольшая величина, или нижняя граница уровня статистической значимости, равняется 0,05 – это означает, что допускается пять ошибок в выборке из ста элементов (испытуемых) или одна ошибка из двадцати элементов. Считается, что ни шесть, ни семь, ни большее количество раз из ста мы ошибиться не можем. Цена таких ошибок будет слишком велика.

2.4. Этапы принятия статистического решения

Принятие статистического решения разбивается на семь этапов [2].

1. Формулировка нулевой и альтернативной гипотез.

2. Определение объема выборки n. Для психологических исследований рекомендуется использовать экспериментальную и контрольную группы так, чтобы численность обоих сравниваемых групп была не менее 30–35 испытуемых в каждой. Планирование эксперимента должно включать в себя учет как объема выборки, так и ряда ее особенностей. Так, в психологических исследованиях важно соблюдение однородности выборки. Оно означает, что пси-

холог, изучая, например подростков, не может включать в эту же выборку взрослых людей. Экспериментальная выборка должна представлять (моделировать) генеральную совокупность, поскольку выводы, полученные в эксперименте, предполагается в дальнейшем перенести на всю генеральную совокупность (репрезентативность).

3. Выбор соответствующего уровня значимости или вероятности отклонения нулевой гипотезы. Это может быть величина меньшая или равная 0,05. В зависимости от важности исследования можно выбрать уровень значимости в 0,01 или даже в 0,001. Как правило, если выборка испытуемых менее 100 человек, используется уровень значимости, равный 0,05.

4. Выбор статистического метода, который зависит от типа решаемой психологической задачи.

5. Вычисление соответствующего эмпирического значения по экспериментальным данным, согласно выбранному статистическому методу.

6. Определение статистической достоверности полученных значений, соответствующих выбранному вами уровню значимости (p=0,05, p=0,01, p=0,001).

7. Формулировка принятия решения (выбор соответствующей гипотезы H_0 или H_1).

2.5. Психологические задачи, решаемые с помощью статистических методов

Начать с анализа первичных статистик надо еще и по той причине, что они весьма чувствительны к наличию выпадающих вариант. На практике же, очень большие эксцесс и асимметрия часто являются индикатором ошибок при подсчетах вручную или ошибок при введении данных через клавиатуру при компьютерной обработке. Грубые промахи при введении данных в обработку можно обнаружить, если сравнить величины сигм у аналогичных параметров. Выделяющаяся величиной сигма может указывать на ошибки.

Если обнаружены «подозрительные» значения, то необходимо принять обоснованное решение об их выбраковке. Его можно принять, используя достаточно мощный параметрический критерий t. Он рассчитывается по следующей формуле:

$$t = (V–M)/\sigma \geq t_{st}, \qquad (2.6)$$

где t – критерий выпада; V – выпадающее значение признака; M – средняя арифметическая величина признака для всей группы, включающей артефакт; σ – стандартное отклонение по выборке данных; t_{st} – стандартные значения критерия выпадов, определяемые для трех уровней доверительной вероятности по табл. 2.1 (см. приложение 1).

Смысл критерия в том, чтобы определить, находится ли данная варианта в интервале, характерном для большинства членов выборки, или же вне его.

Допустим, нами принят уровень значимости 0,05 (доверительная вероятность 0,95), а значение критерия составило 1,5. Поскольку 95 % вариант лежат в пределах M±1,96σ (1,5 меньше 1,96), следовательно, данная варианта лежит в указанном интервале. Если же значение критерия больше, например 2,4, то это означает, что данное значение не относится к анализируемой совокупности (выборке), включающей 95 % вариант, а есть проявление иных закономерностей, ошибок и пр. и поэтому должно быть исключено из рассмотрения.

Например, в эксперименте вы предлагаете решать мыслительные задачи и регистрируете в числе других параметров время решения. При просмотре данных обнаруживаете, что у одного из испытуемых время решения заметно больше, чем у остальных. Это бывает связано с тем, что вместо решения очередной задачи испытуемый начинает «искать закономерность более широкого плана», «выводить общий принцип» или нечто подобное. Об этом он может сообщить экспериментатору, но может и не сообщать. Понятно, что время решения конкретной задачи при этом может сильно отличаться от средней величины. В этом случае вы окажетесь перед необходимостью принять обоснованное решение – включать данное значение в дальнейшую обработку или нет.

Предположим, в вашем эксперименте были получены следующие значения некоторого параметра: 10, 20, 20, 30, 30, 40, 40, 50, 210. В нашем примере n=9. Вычисляем: M=50; σ=61. Можно ли считать значение 210 выпадающим?

$$t = \frac{210 - 50}{61} = 2.62;$$

t_{st} (по табл. 2.1) = 2,43 (для p>0,05).

Следовательно, значение 210 может считаться выпадающим и должно быть исключено из дальнейшей обработки.

После исключения выпадающих значений первичные статистические параметры вычисляются заново.

Существует правило, согласно которому все расчеты вручную должны выполняться дважды (особенно ответственные – трижды), причём желательно разными способами, с вариацией последовательности обращения к числовому массиву. Оценка генеральной совокупности на основе выборочных данных недостаточно точна, имеет некоторую большую или меньшую ошибку. Такие ошибки, представляющие собой ошибки обобщения, экстраполяции, связанные с перенесением результатов, полученных при изучении выборки, на всю генеральную совокупность, называются ошибками репрезентативности.

Подавляющее большинство задач, решаемых психологом в эксперименте, предполагает те или иные сопоставления. Это могут быть сопоставления одних и тех же показателей в разных группах испытуемых или, напротив, разных показателей в одной и той же группе.

Для определения степени эффективности каких-либо воздействий (обучение, тренировка, тренинг, инструктаж и т. п.) сравниваются показатели «до» и «после» этих воздействий. Например, сравниваются показатели уровня тревожности у подростков до и после психотренинга, что позволяет определить его эффективность. Или в лонгитюдном исследовании сопоставляются результаты у одних и тех же испытуемых по одним и тем же методикам, но в разном возрасте, что позволяет выявить временную динамику анализируемых показателей.

Два выборочных распределения сравниваются между собой или с теоретическим законом распределения, чтобы выявить различия или, напротив, сходство в типах распределений. Например, сравнение распределений времени решения простой и сложных задач позволит построить классификацию задач и типологию испытуемых.

В целом, психологические задачи, решаемые с помощью методов математической статистики, условно можно разделить на несколько групп:

1. Задачи, требующие установления сходства или различия.
2. Задачи, требующие установления связи между данными.
3. Задачи, требующие определения частоты изучаемого свойства.
4. Задачи, требующие установления прогноза.

Контрольные вопросы и задания

1. Нарисуйте кривую нормального распределения данных. Какие ее характеристики?
2. Назовите первичные статистики, по которым проверяется нормальность распределения выборочных данных.
3. Дайте определение понятию «выборка».
4. Какое отличие между независимыми и зависимыми выборками?
5. Какие статистические гипотезы Вы знаете? Приведите примеры формулировок гипотез.
6. Что такое статистическая ошибка? Какие статистические ошибки встречаются в исследованиях?
7. Назовите этапы принятия статистического решения. В чем особенность каждого из этапов?
8. Какие задачи можно решать с помощью методов математической статистики?
9. Что мы называем «выскакивающей» вариантой? Какой алгоритм их отсеивания из выборочных данных?

3. СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ РАЗЛИЧИЯ

3.1. Анализ нормальности распределения

Методы статистического анализа можно подразделить на две группы – параметрические и непараметрические. Важным условием, определяющим возможность применения параметрических методов, является подчинение анализируемых данных закону нормального (Гауссова) распределения, в то время как для непараметрических методов выполнения этого условия не требуется [8].

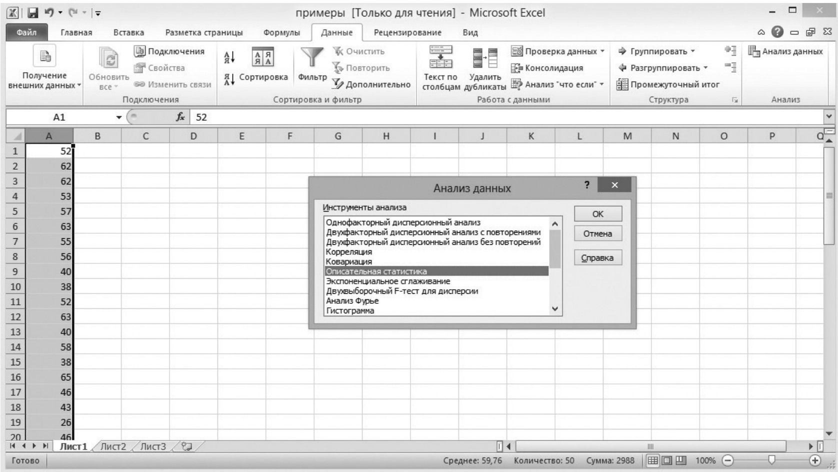
Существует большое количество методов проверки нормальности распределения, но ни один из них не является универсальным [5, 9].

При нормальном распределении, которое симметрично, значения медианы и среднего арифметического будут одинаковы, а значения асимметрии (Skewness) и эксцесса (Kurtosis) равны нулю. Если средняя арифметическая больше медианы, а коэффициент асимметрии > 0, то распределение имеет правостороннюю асимметрию (скошено вправо). При левосторонней асимметрии средняя арифметическая меньше медианы, а коэффициент асимметрии < 0. По величине коэффициента эксцесса говорят об островершинном (Kurtosis > 0) или плосковершинном (Kurtosis < 0) распределении. Однако ситуаций, когда средняя арифметическая равна медиане, а коэффициенты асимметрии и эксцесса равны нулю, практически не встречается, поэтому необходимо решить, какие отклонения от идеального сценария допустимы для того, чтобы считать распределение полученных данных нормальным или близким к нормальному [5, 10].

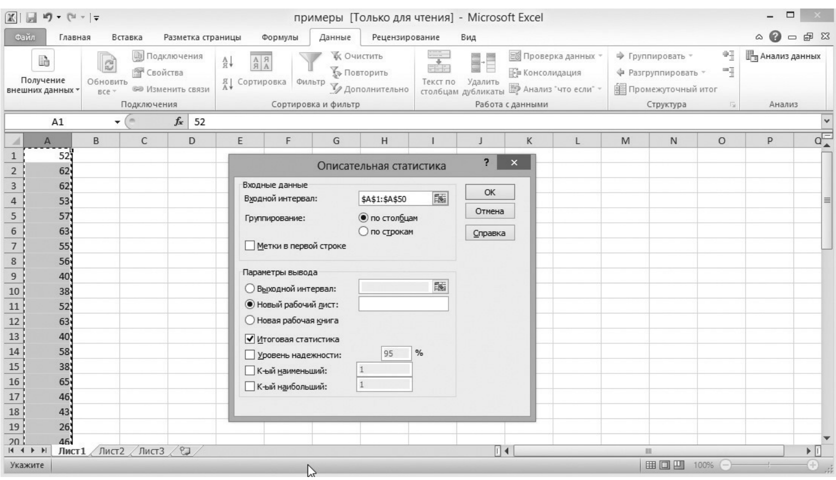
Статистический пакет «MS Office Excel» позволяет провести формальный тест на нормальное распределение на основе вышеупомянутых показателей асимметрии (скошенности) и эксцесса.

Допустим, исследователь должен выяснить, укладываются ли значения шкалы «Самооценки умственных способностей» методики Дембо-Рубинштейн в кривую нормального распределения на примере 50 случаев (количество испытуемых).

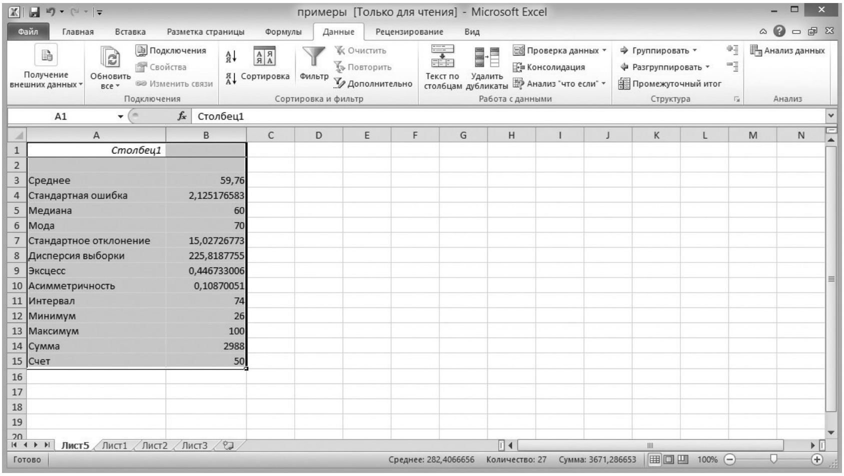
Для этого необходимо на панели инструментов выбрать «Данные» > «Анализ данных» > «Описательная статистика»:



В открывшемся диалоговом окне выставите галочку напротив показателя «Итоговая статистика» и введите промежуток массива данных в строке «Входного интервала»:



Итоговый результат статистического анализа будет выглядеть следующим образом:



Обратите внимание, что итоговый расчет будет автоматически перенесен на новый лист Excel (в нашем случае Лист5). В приведённых результатах видно, что: среднее (средняя арифметическая) и медиана значимо не отличаются. Также, при нормальном распределении данных исследования показатели асимметрии и эксцесса по модулю не должны превышает трех ошибок асимметрии и трех ошибок эксцесса, соответственно. Соблюдение этих условий позволяет сделать вывод о нормальном характере распределения данных исследования.

При помощи формулы ошибки асимметрии (3.1) и ошибки эксцесса (3.2) необходимо провести соответствующие вычисления:

$$Sa= 6(n-1) / (n+1)(n+3) \tag{3.1}$$

$$Se=24n(n-2)(n-3) / (n+1)^2(n+3)(n+5) \tag{3.2}$$

После применения формул итоговые значения нужно сравнить с данными эксцесса и асимметричности, уже полученными при помощи Excel:

Асимметричность (*As*)	0,11
Ошибка асимметрии (*Sa*)	0,34
Эксцесс (*Ex*)	0,45
Ошибка эксцесса (*Se*)	0,66

Таким образом, полученные результаты позволяют нам сделать вывод о нормальном характере распределения данных методики изучения самооценки.

3.2. Выбор статистического критерия различия

Одной из наиболее часто встречающихся статистических задач, с которыми сталкивается психолог, является задача сравнения результатов обследования какого-либо психологического признака в разных условиях измерения (например, до и после определенного воздействия) или обследования контрольной и экспериментальной групп. Помимо этого нередко возникает необходимость оценить характер изменения того или иного психологического показателя в одной или нескольких группах в разные периоды времени или выявить динамику изменения этого показателя под влиянием экспериментальных воздействий.

Для решения подобных задач используется достаточно большой набор статистических способов, называемых в наиболее общем виде критериями различий. Эти критерия позволяют оценить степень статистической достоверности различий между разнообразными показателями, измеренными согласно плану проведения психологического исследования.

Существует достаточно большое количество критериев различий. Каждый из них имеет свою специфику, различаясь между собой по различным основаниям. Одним из таких оснований является тип измерительной шкалы, для которой предназначен тот или иной критерий. Например, с помощью некоторых критериев можно обрабатывать данные, полученные только в номинальных шкалах. Ряд критериев дает возможность обрабатывать данные, полученные в порядковой, интервальной и шкале отношений.

Критерии различаются также по максимальному объему выборки, который они могут охватить, а также и по количеству выборок, которые можно сравнивать между собой с их помощью. Так, существуют критерии, позволяющие оценить различия сразу в трех и большем числе выборок. Некоторые критерии позволяют сопоставлять неравные по численности выборки.

Еще одним признаком, дифференцирующим критерии, служит само качество выборки: она может быть связной (зависимой) или несвязной (независимой). Выборки также могут быть взяты из одной или нескольких генеральных совокупностей. Именно эта характеристика выборки служит наиболее важным основанием, по которому выбираются критерии.

Кроме того, критерии различаются по мощности. Психолог может решать экспериментальные задачи с использованием разных статистических критериев. При этом возможна такая ситуация, что один критерий позволяет обнаружить различия, а другой критерий различий не выявляет. Последнее означает, что первый критерий оказывается более мощным, чем другой.

Все критерии различий условно подразделены на две группы: параметрические и непараметрические критерии.

Критерий различия называют параметрическим, если он основан на конкретном типе распределения генеральной совокупности (как правило, нормальном) или использует параметры этой совокупности (средние, дисперсии и т. д.). Критерий различия называют непараметрическим, если он не базируется на предположении о типе распределения генеральной совокупности и не использует параметры этой совокупности [2].

При нормальном распределении генеральной совокупности параметрические критерии обладают большей мощностью по сравнению с непараметрическими. Иными словами, они способны с большей достоверностью отвергать нулевую гипотезу, если последняя неверна. По этой причине в тех случаях, когда выборки взяты из нормально распределенных генеральных совокупностей, следует отдавать предпочтение параметрическим критериям. Однако, как показывает практика, подавляющее большинство данных, получаемых в психологических экспериментах, не распределены нормально [2]. Поэтому применение параметрических критериев при анализе результатов психологических исследований может привести к ошибкам в статистических выводах. В таких случаях непараметрические критерии оказываются более мощными, т. е. способными с большей достоверностью отвергать нулевую гипотезу.

Анализ частотных распределений эмпирических данных, полученных в ходе психодиагностических обследований испытуемых, необходим для выбора способов их математико-статистической обработки. От результатов такой оценки во многом зависит, например, выбор критериев выявления различий в психологических характеристиках, полученных в различных группах испытуемых, или сдвига исследуемой психологической характеристики в ходе экспериментального воздействия или формирующего эксперимента.

Для правильной статистической обработки результатов психологических исследований должны соблюдаться правила по выбору параметрических и непараметрических критериев, позволяющих выявлять различия в исследуемых психологических характеристиках.

Для психологических характеристик, имеющих нормальное распределение или близкое к нормальному, необходимо использовать параметрические критерии, которые являются более мощными, чем непараметрические критерии. Достоинством непараметрических критериев является то, что они позволяют проверять статистические гипотезы независимо от формы распределения.

В подразделе 2.1 представлен способ оценки нормальности распределения выборочных данных на основе первичных статистик.

В данном разделе приводится пример более точной и строгой оценки нормальности распределения с помощью критерия «хи-квадрат» Пирсона $\chi^2_{эмп}$.

Критерий «хи-квадрат» в одном из вариантов своего использования применяется при расчете согласия эмпирического и предполагаемого теоретического распределения – в этом случае проверяется гипотеза H_0 об отсутствии различий между теоретическим и эмпирическим распределениями [2].

Рассмотрим задачу, в которой в качестве теоретического будет использоваться нормальное распределение (задача взята из учебника О.Ю. Ермолаева «Математическая статистика для психологов», 2002) [2].

Задача. У 267 человек был измерен рост. Вопрос состоит в том, будет ли полученное в этой выборке распределение роста близко к нормальному?

Решение. Измерения проводились с точностью до 0,1 см, и все полученные величины роста оказались в диапазоне от 156,5 до 183,5. Для расчета по критерию «хи-квадрат» целесообразно разбить этот диапазон на интервалы, например по 3 см каждый. Тогда все экспериментальные данные будут распределены по 9 интервалам (183,5–156,5)/3=9. При этом центрами интервалов будут следующие числа: 158, 161, 164 и т. д. до 182.

При измерении роста в каждый из этих интервалов попало какое-то количество людей – эта величина для каждого интервала и будет эмпирической частотой, обозначаемой в дальнейшем как $f_{эi}$.

Чтобы применить расчетную формулу для вычисления значения критерия «хи-квадрат»:

$$\chi^2_{ýìï} = \sum_{i=1}^{k} \Delta_i^2 / f_{in} , \tag{3.1}$$

где Δ_i – разность между эмпирическими и «теоретическими» частотами; k – количество разрядов признака; f_{mi} – вычисленная, или «теоретическая» частота.

Прежде всего необходимо вычислить теоретические частоты. Для этого по всем выборочным данным нужно вычислить среднее M и стандартное отклонение σ по известным из литературных источников формулам [7]. В качестве тренировки слушателям предлагается проверить себя и самостоятельно рассчитать обозначенные параметры распределения выборочных данных двумя способами: вручную и с помощью программ статистической обработки данных; сравнить полученные двумя способами значения одноименных параметров между собой, а также со значениями, указанными в данном учебном пособии.

Для наших выборочных данных величина M оказалась равной 166,22 и величина σ получилась равной 4,06.

Затем для каждого выделенного интервала следует подсчитать величины o_i (индекс I меняется от 1 до 9) по формуле:

$$o_i = (x_i\text{-}M)/\sigma. \tag{3.2}$$

Величины o_i называются **нормированными частотами**. Удобнее производить их расчет в приведенной ниже табл. 3.1.

Затем для каждой o_i по табл. 2 (приложение 1) находят величины $f(o_i)$, которые называются ординаты нормальной кривой.

Расчет теоретических частот осуществляется для каждого интервала по следующей формуле:

$$f_{тi} = f(o_i)\times(n\times\lambda)/\sigma, \tag{3.3}$$

где n=267 – общая величина выборки; λ=3 – величина интервала; σ – стандартное отклонение.

Все рассчитанные значения заносятся в соответствующие столбцы табл. 3.1. После её заполнения всё готово для работы с крите-

Таблица 3.1

№1	№2	№3	№4	№5
Центры интервалов x_i	*Эмпирические частоты* $f_{эi}$	*Нормированные частоты* o_i	*Ординаты нормальной кривой* $f_{(oi)}$	*Расчетные теоретические частоты* f_{mi}
158	3	-2,77	0,0086	1,6
161	9	-2,03	0,0508	10,0
164	31	-1,29	0,1736	34,3
167	71	-0,55	0,3429	67,8
170	82	+0,19	0,3918	77,6
173	46	+0,93	0,2589	51,2
176	19	+1,67	0,0989	19,5
179	5	+2,41	0,0219	4,4
182	1	+3,15	0,0028	0,6
Σ	267	–	–	267

рием «хи-квадрат» на основе стандартной таблицы. В целях упрощения расчетов сократим число интервалов до 7 за счет сложения двух верхних и двух нижних частот. Тогда стандартная таблица для вычисления «хи-квадрат» будет выглядеть следующим образом.

В случае оценки равенства эмпирического распределения нормальному число степеней свободы определяется особым образом: из общего числа интервалов вычитается число 3. Таким образом, число степеней свободы в нашем примере будет равно v=4.

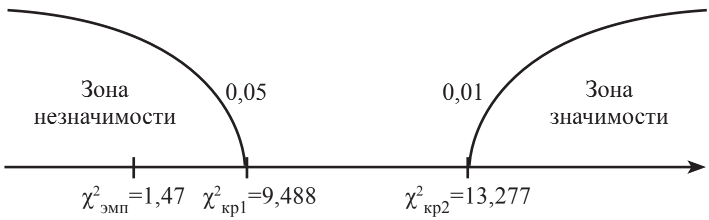
Таблица 3.2

№1	№2	№3	№4	№5	№6
Номера интервалов (альтернативы)	$f_{эi}$	f_{mi}	$(f_{эi}-f_{mi})$	$(f_{эi}-f_{mi})^2$	$(f_{эi}-f_{mi})^2/f_{mi}$
1	12	11,6	+0,4	0,16	0,01
2	31	34,3	-3,3	10,89	0,32
3	71	67,8	+3,2	10,24	0,15
4	82	77,6	+4,4	19,36	0,25
5	46	51,2	-5,2	27,04	0,53
6	19	19,5	-0,5	0,25	0,01
7	6	5,0	+1,0	1,00	0,20
Σ	267	267	0		$\chi^2_{эмп}$=1,47

По табл. 3 (приложение 1) находим критические значения критерия «хи-квадрат»:

$$\chi^2_{кр.1}=9{,}488 \text{ (для } p\leq 0{,}05),$$
$$\chi^2_{кр.2}=13{,}277 \text{ (для } p\leq 0{,}01).$$

Строим «ось значимости»:



Полученная величина эмпирического значения «хи-квадрат» попала в зону незначимости, поэтому необходимо принять гипотезу H_0 об отсутствии различий. Следовательно, существуют все основания утверждать, что наше эмпирическое распределение близко к нормальному.

Несмотря на некоторую «громоздкость» вычислительных процедур, этот способ расчета дает наиболее точную оценку совпадения эмпирического и нормального распределений.

Пример применения в психологических исследованиях критерия «хи-квадрат» приведен в приложении 3 настоящего учебного пособия (пример 2).

Домашнее задание. *В качестве домашнего задания для тех слушателей, которые хорошо владеют навыками статистической обработки данных с помощью компьютерных программ, предлагается рассчитать критерий «хи-квадрат» на одном из известных и популярных статистических пакетов и сравнить с результатом решения задачи, полученным вручную, как описано в настоящем учебном пособии.*

Возвращаясь к разобранной задаче, не лишним будет обозначить критерии выявления различий, которыми целесообразно пользоваться при обработке эмпирических данных. При принятии гипотезы H_0 для обработки данных выбирают t-критерий Стьюдента или F-критерий Фишера. При опровержении гипотезы H_0 выбирают критерий знаков G, парный критерий T-Вилкоксона, критерий Фридмана, критерий тенденций Пейджа, критерий

Макнамары, которые рассматриваются для условий связанных выборок, или критерий *U* Вилкоксона-Манна-Уитни, критерий *Q* Розенбаума, H-критерий Крускала-Уоллиса, *S*-критерий тенденций Джонкира, которые рассматриваются для условий несвязанных выборок. Все эти критерии подробно, с примерами рассматриваются у О.Ю. Ермолаева, Е. В. Сидоренко [2,8].

Одной из наиболее часто встречающихся задач при обработке данных является оценка достоверности отличий между двумя или более рядами значений [4]. В математической статистике существует ряд способов для этого. Для использования большинства мощных критериев требуются дополнительные вычисления, обычно весьма развернутые.

Перед психологом часто встает задача оценки достоверности различий, используя ранее вычисленные статистики. При сравнении средних значений признака говорят о достоверности (недостоверности) отличий средних арифметических, а при сравнении изменчивости показателей – о достоверности (недостоверности) отклонений сигм (дисперсий) и коэффициентов вариации.

Достоверность различий средних арифметических можно оценить по достаточно эффективному параметрическому **критерию Стьюдента**. Он вычисляется по формуле:

$$t = \frac{M_1 - M_2}{(m_1^2 + m_2^2)^{1/2}}, \tag{3.4}$$

где M_1 и M_2 – значения сравниваемых средних арифметических; m_1 и m_2 – соответствующие величины статистических ошибок средних арифметических (вычисляются по формуле 1.6).

Значения критерия Стьюдента *t* для трех уровней значимости (*p*) приведены в табл. 4 (приложение 1). Число степеней свободы определяется по формуле:

$$d = n_1 + n_2 - 2, \tag{3.5}$$

где n_1 и n_2 – объёмы сравниваемых выборок.

С уменьшением объемов выборок (n<10) критерий Стьюдента становится чувствительным к форме распределения исследуемого признака в генеральной совокупности. Поэтому в сомнительных случаях рекомендуется использовать непараметрические методы или сравнивать полученные значения с критическими (приведенными в таблице) для более высокого уровня значимости.

Решение о достоверности различий принимается в том случае, если вычисленная величина t превышает табличное значение для данного числа степеней свободы. В тексте публикации или научного отчета указывают наиболее высокий уровень значимости из трех: 0,05, 0,01 или 0,001.

Если превышены 0.05 и 0.01, то пишут (обычно в скобках) $p = 0{,}01$ или $p < 0{,}01$. Это означает, что оцениваемые различия все же случайны только с вероятностью не более 1 из 100 шансов. Если превышены табличные значения для всех трех уровней: 0,05, 0,01 и 0,001, то указывают $p = 0{,}001$ или $p < 0{,}001$, что означает случайность выявленных различий между средними не более 1 из 1000 шансов.

Пример оценки достоверности различий средних арифметических по критерию Стьюдента:

$M_1 = 113{,}3$, $m_1 = 2{,}4$, $n_1 = 13$; $M_2 = 103{,}3$, $m_2 = 2{,}6$, $n_2 = 16$.

$$t = \frac{113{,}3 - 103{,}3}{(2{,}4^2 + 2{,}6^2)^{1/2}} = 2{,}83.$$

Для числа степеней свободы $d = 13 + 16 - 2 = 27$ вычисленная величина превышает табличную 2,77 для вероятности $p = 0{,}01$. Следовательно, различия между средними достоверны на уровне 0,01.

Приведенная формула проста. Используя её, можно с помощью простейшего бытового калькулятора с памятью вычислить t критерий без промежуточных записей.

Следует помнить, что при любом численном значении критерия достоверности различия между средними этот показатель оценивает не степень выявленного различия (она оценивается по самой разности между средними), а лишь статистическую достоверность его, т. е. право распространять полученный на основе сопоставления выборок вывод о наличии разницы на все явление (весь процесс) в целом. Низкий вычисленный критерий различия не может служить доказательством отсутствия различия между двумя признаками (явлениями), ибо его значимость (степень вероятности) зависит не только от величины средних, но и от численности сравниваемых выборок. Он говорит не об отсутствии различия, а о том, что при данной величине выборок оно статистически недостоверно: слишком велик шанс, что разница при данных условиях определения случайна, слишком мала вероятность ее достоверности.

Степень, т. е. величину выявленного различия, желательно оценивать, опираясь на содержательные критерии. Вместе с тем, для психологического исследования весьма характерно наличие множества показателей, которые, по существу, являются условными баллами, и валидность оценивания с помощью них еще предстоит доказать. Чтобы избежать большей произвольности, в таких случаях также приходится опираться на статистические параметры.

Пожалуй, наиболее распространено для этого использование сигмы. Разницу между двумя значениями в одну сигму и более можно считать достаточно выраженной. Если сигма подсчитана для ряда значений более 35, то достаточно выраженной можно рассматривать и разницу в 0,5 сигмы. Однако, для ответственных выводов о том, насколько велика разница между значениями, лучше использовать строгие критерии.

При оценке различий в распределениях, далеких от нормального, непараметрические критерии могут выявить значимые различия, в то время как параметрические критерии таких различий не обнаружат. Важно отметить, что непараметрические критерии выявляют значимые различия и в том случае, если распределение близко к нормальному.

<u>Рекомендации к выбору критерия различий.</u>

При подготовке экспериментального исследования психолог должен заранее запланировать характеристики сопоставляемых выборок (прежде всего связность – несвязность и однородность), их величину (объем), тип измерительной шкалы и вид используемого критерия различий. Последовательно это можно представить в виде следующих этапов [2]:

- Прежде всего, следует определить, является ли выборка связной (зависимой) или несвязной (независимой).
- Следует определить однородность-неоднородность выборки.
- Затем следует оценить объем выборки и, зная ограничения каждого критерия по объему, выбрать соответствующий критерий.
- Если используемый критерий не выявил различия, следует применить более мощный критерий.
- Если в распоряжении психолога имеется несколько критериев, то следует выбирать те из них, которые наиболее полно используют информацию, содержащуюся в экспериментальных данных.
- При малом объеме выборки следует увеличивать величину уровня значимости (не менее 1 %, т. е. p=0,01), так как небольшая выборка и низкий уровень значимости приводят к увеличению вероятности принятия ошибочных решений.

3.3. Т-критерий Стьюдента (параметрический критерий для связанных и несвязанных выборок)

Для определения достоверности отличий между двумя группами результатов исследования в одной и той же выборке испытуемых, например, «до» и «после» тренинга, используют *t*-критерий Стьюдента.

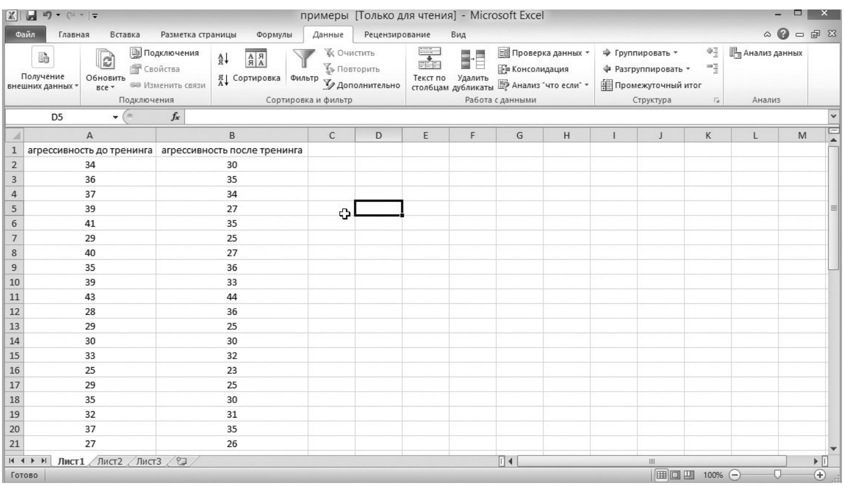
Критерий Стьюдента направлен на оценку различий величин средних значений двух выборок, которые распределены по нормальному закону. Одним из главных достоинств критерия является широта его применения. Он может быть использован для сопоставления средних у связных и несвязных выборок, при этом выборки могут быть не равны по величине.

Для применения t-критерия необходимо соблюдать следующие условия:

1. Выборка должна быть однородной и связной.
2. Сравниваемые выборки должны быть распределены по нормальному закону

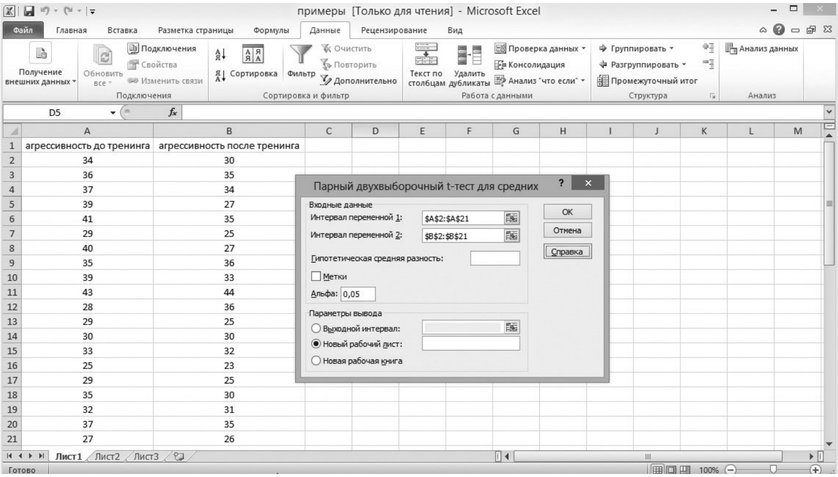
Пример задачи: Исследователь должен выяснить, будет ли эффективен тренинг, направленный на снижение агрессивности у двадцати однокурсников. В качестве оценочного инструмента используется методика диагностики агрессивности А. Ассинера.

Решение: После проведения подготовительных работ с документом он будет выглядеть следующим образом:

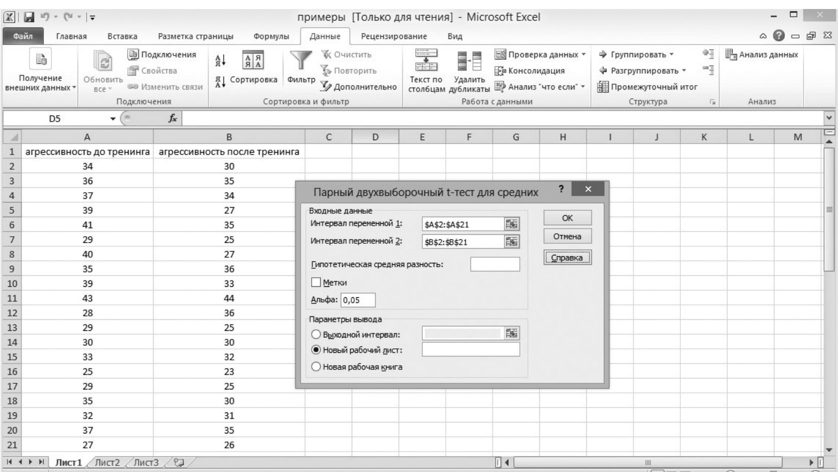


	A	B
1	агрессивность до тренинга	агрессивность после тренинга
2	34	30
3	36	35
4	37	34
5	39	27
6	41	35
7	29	25
8	40	27
9	35	36
10	39	33
11	43	44
12	28	36
13	29	25
14	30	30
15	33	32
16	25	23
17	29	25
18	35	30
19	32	31
20	37	35
21	27	26

Для решения поставленной задачи методами статистического анализа Excel на панели инструментов нужно выбрать «Данные» > «Анализ данных» > «Описательная статистика» > «Парный двухвыборочный *t*-тест для средних»:



Столбцы документа содержат «сырые» данные тестирования, полученные «до» и «после» проведения тренинга. Перед обработкой данных необходимо определить, соблюдены ли все условия применения *t*-критерия Стьюдента, и обозначить в строках интервала первой и второй переменной массив данных агрессивности «до» и «после» проведения тренинга:



В нашем примере статистический пакет Excel произвел следующие расчеты:

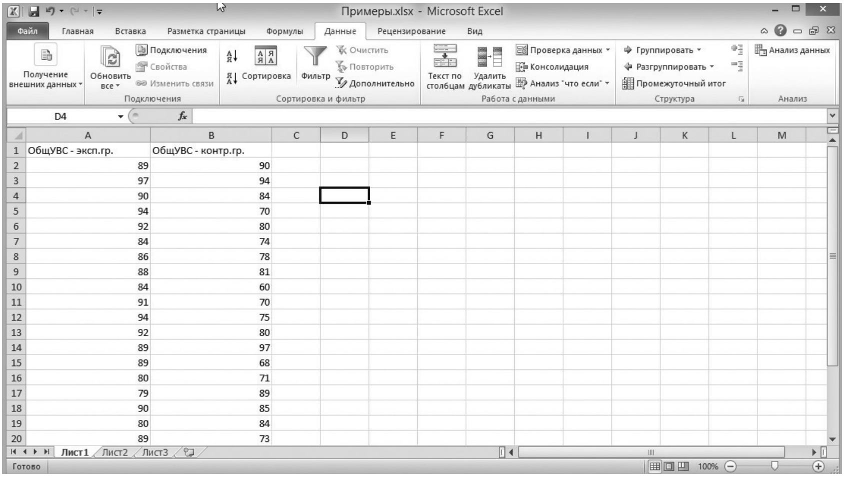
Парный двухвыборочный t-тест для средних		
	Переменная 1	Переменная 2
Среднее	33,9	30,95
Дисперсия	26,41052632	26,99736842
Наблюдения	20	20
Корреляция Пирсона	0,618711901	
Гипотетическая разность средних	0	
df	19	
t-статистика	2,923387521	
P(T<=t) одностороннее	0,004359245	
t критическое одностороннее	1,729132812	
P(T<=t) двухстороннее	0,00871849	
t критическое двухстороннее	2,093024054	

Таким образом, можно увидеть, что эмпирическое значение t-критерия равно 2,92, а показатель p-level («Р двухстороннее»), который является самым важным в данной таблице, гораздо меньше 0,05 (в нашем примере 0,00871849), что позволяет нам принять гипотезу о статистически достоверных изменениях агрессии, произошедших в группе после тренинга.

Далее рассмотрим применение t-критерия на примере несвязанных выборок, когда в целях эксперимента для сравнения привлекаются данные двух или более выборок, причем эти выборки могут быть взяты из одной или из разных генеральных совокупностей. Таким образом, для несвязанных выборок характерно, что в них обязательно входят разные испытуемые.

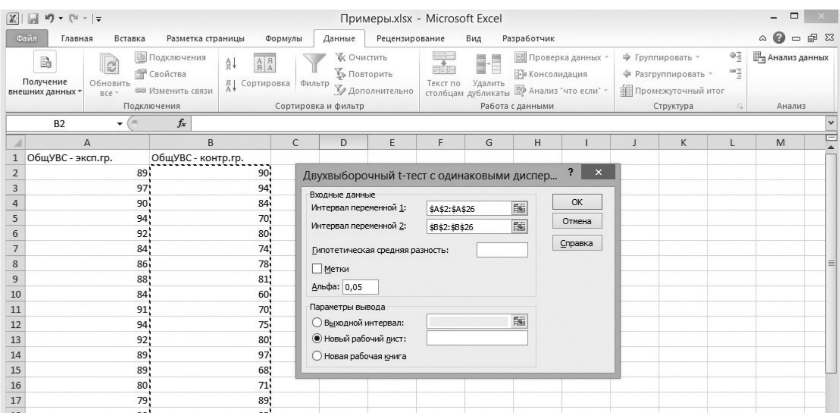
Пример задачи: Исследователь должен выяснить, отличаются ли показатели общего уровня волевой самооценки (ОбщУВС) в двух группах испытуемых: экспериментальной, члены которой участвовали в тренинге развития волевых качеств, и контрольной – не участвовали в подобном тренинге. Численность обучающихся в каждой группе 25 человек.

Решение: После проведения подготовительных работ с документом он будет выглядеть следующим образом:



В первом столбце размещены данные экспериментальной группы, во втором столбце – контрольной.

Для решения поставленной задачи методами статистического анализа Excel на панели инструментов нужно выбрать «Данные» > «Анализ данных» > «Описательная статистика» > «Парный выборочный *t*-тест для средних»: двухвыборочный *t*-тест с одинаковыми дисперсиями. Перед обработкой данных необходимо определить, соблюдены ли все условия применения *t*-критерия Стьюдента с одинаковыми дисперсиями – эмпирические данные должны быть из одной и той же генеральной совокупности. Далее необходимо обозначить в строках интервала массив данных сравниваемого показателя (ОбщУВС) в экспериментальной и контрольной группах:



В нашем примере статистический пакет Excel произвёл следующие расчёты:

Двухвыборочный t-тест с одинаковыми дисперсиями		
	Переменная 1	*Переменная 2*
Среднее	88	78,4
Дисперсия	22,25	87,16666667
Наблюдения	25	25
Объединенная дисперсия	54,70833333	
Гипотетическая разность средних	0	
df	48	
t-статистика	4,588803885	
P(T<=t) одностороннее	1,60962E-05	
t критическое одностороннее	1,677224196	
P(T<=t) двухстороннее	3,21924E-05	
t критическое двухстороннее	2,010634758	

Таким образом, можно увидеть, что эмпирическое значение *t*-критерия равно – 4,59, а показатель *p*-level («Р двухстороннее»), гораздо меньше 0,05 (в нашем примере 0,0000321924), что позволяет нам принять гипотезу о статистически достоверных различиях общего уровень волевой самооценки испытуемых в двух групп сравнения.

Контрольные вопросы и задания

1. Проведите проверку на нормальность распределения данных, полученных с помощью любой психодиагностической методики. Ответьте на вопрос: «Зависит ли результат подобной проверки от размера выборочных данных?»
2. По какому принципу выбирается статистический критерий различия выборочных данных?
3. Какие особенности выявления различий исследуемых данных можно получить с помощью критериев: *t*-критерия Стьюдента и «хи-квадрат» Пирсона $\chi^2_{эмп}$?
4. Каких рекомендаций следует придерживаться исследователю при выборе критериев различий?

5. Подготовьте данные в электронных таблицах по результатам проведенных исследований с помощью психодиагностических методик для выявления различий по *t*-критерию Стьюдента для связанных и несвязанных выборок.
6. Проведите обработку данных, направленную на выявление различий с помощью *t*-критерия Стьюдента, используя табличный редактор Excel в лицензионном пакете Microsoft Office, с учетом связности или несвязности выборочных данных.

4. КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

В практике экспериментальных исследований нередки случаи, когда предполагается наличие связанных изменений каких-либо двух статистических признаков. Например, представляются взаимозависимыми вариации величины роста и веса тела людей (прямая связь), силы мышц и их подвижности (обратная связь) и т. д. Такого рода связи и закономерности не являются строго однозначными или функциональными; они, так же как и сами вариации признаков, являются статистическими, или корреляционными.

Теория корреляционного исследования, основанная на представлениях о мерах корреляционной связи, разработана К. Пирсоном.

Корреляционным называется исследование, проводимое для подтверждения или опровержения гипотезы о статистической связи между несколькими (двумя и более) переменными. В психологии в качестве переменных могут выступать психические свойства, процессы, состояния и др. [2]

Корреляция – это связь между статистическими вариациями (выборками) по различным признакам, между влияниями каких-либо двух факторов, формирующих данное статистическое распределение.

«Корреляция» в прямом переводе означает «соотношение». Если изменение одной переменной сопровождается изменением другой, то можно говорить о корреляции этих переменных. Наличие корреляции двух переменных ничего не говорит о причинно-следственных зависимостях между ними, но дает возможность выдвинуть такую гипотезу. Отсутствие же корреляции позволяет отвергнуть гипотезу о причинно-следственной связи переменных [3].

Коэффициент корреляции – это математический показатель силы (тесноты) связи между двумя сопоставляемыми статистическими признаками.

По какой бы формуле ни вычислялся коэффициент корреляции, его величина колеблется в пределах от –1 до +1. Смысл крайних значений коэффициента состоит в следующем:

- если коэффициент корреляции равен 1, значит, связь между признаками однозначна (функциональная, нестатистическая), по типу прямо пропорциональной зависимости;

- если коэффициент равен –1, то связь также является функциональной, но по типу обратной пропорциональности;
- нулевая величина коэффициента корреляции говорит о полном отсутствии связи (по типу линейной) между сопоставляемыми признаками.

Психологам часто хочется получать ответы на такие вопросы, эмпирические данные для которых могут быть собраны только в корреляционном исследовании. Проверка соответствующих гипотез, если они понимаются именно как гипотезы о взаимосвязях переменных, а не о причинной зависимости, может вести к обоснованным выводам.

Всякое вычисленное (эмпирическое) значение коэффициента корреляции должно быть проверено на статистическую значимость (таблицы 1 или 2 приложения 3).

Если эмпирическое значение коэффициента корреляции меньше или равно табличному для $p = 0{,}05$, то корреляция является незначимой. Если вычисленное значение коэффициента корреляции больше табличного для $p = 0{,}01$, корреляция статистически значима (существенна, реальна). В случае, когда величина коэффициента заключена между двумя табличными, на практике говорят о значимости корреляции для $p = 0{,}05$. Однако строго вероятностная трактовка этого факта несколько иная: мы не можем утверждать отсутствия корреляции, но ее статистически доказанного наличия также еще нет.

Простейшей формой коэффициента корреляции является ***коэффициент ранговой корреляции*** R_s (коэффициент Спирмена), который измеряет связь между рангами (местами) данной варианты по разным признакам, но не между собственными величинами варианты. Здесь исследуется связь качественная, чем строго количественная, хотя ранг сам по себе – это уже и количественный признак.

$$R_s = 1 – 6 \times \Sigma d^2/(n^3 – n), \qquad (4.1)$$

где n – объем совокупности, длина одного статистического ряда; d – разность между рангами каждой варианты по двум коррелируемым признакам.

Пример вычисления. Десять испытуемых (А, Б, В и т. д.) расположились в порядке увеличения возраста и пространственного порога в следующих последовательностях (таблица 4.1):

Таблица 4.1

Испытуемые	Ранг по возрасту	Ранг по пространств. порогу	d	d2
А	1	6	-5	25
Б	2	5	-3	9
В	3	2	1	1
Г	4	1	3	9
Д	5	10	-5	25
Е	6	4	2	4
Ж	7	9	-2	4
З	8	7	1	1
И	9	8	1	1
К	10	3	7	49

$n = 10$ $\Sigma d^2 = 128$

$$R_s = 1 - 6\times128/(1000 - 10) = 1 - 768/990 = 0{,}22,$$

$$R_s = 0{,}22.$$

Так как по данным табл. 4.1 (приложение 2) $R_{s0,05} = 0{,}64$, и эмпирическое значение $R_s < R_{s0,05}$, корреляция между местами испытуемых по величине порогов и по возрасту не является статистически значимой.

Пример применения в психологических исследованиях коэффициента корреляции R_s Спирмена приведён в приложении 3 настоящего учебного пособия (пример 1).

Используемый в исследованиях коэффициент корреляции рангов, предложенный К. Спирменом, относится к непараметрическим показателям связи между переменными, измеренными в ранговой шкале. При расчете этого коэффициента не требуется никаких предположений о характере распределений признаков в генеральной совокупности. Данный коэффициент определяет степень тесноты связи порядковых признаков, которые в этом случае представляют собой ранги сравниваемых величин [6].

Величина коэффициента линейной корреляции Спирмена лежит в интервале +1 и –1. Он может быть положительным и отрицательным, характеризуя направленность связи между двумя признаками, измеренными в ранговой шкале.

Для применения коэффициента корреляции Спирмена (r), необходимо соблюдать следующие условия [2]:

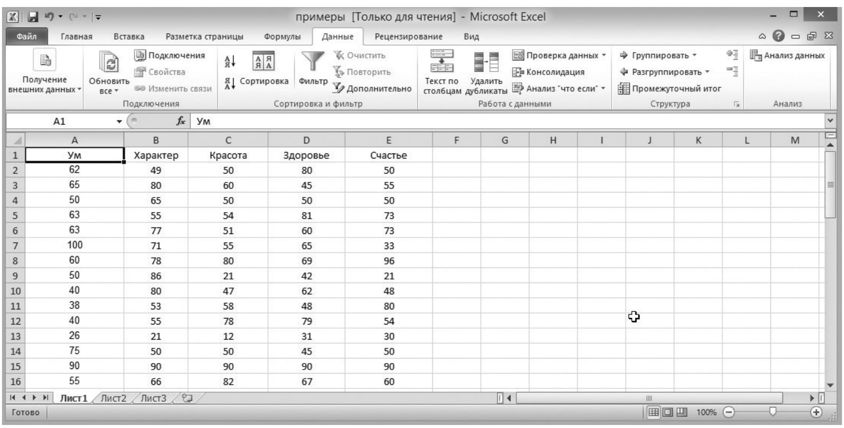
1. Сравниваемые переменные должны быть получены в порядковой (ранговой) шкале, но могут быть измерены также в шкале интервалов и шкале отношений.

2. Число варьирующих признаков в сравниваемых переменных X и Y должно быть одинаковым.

Рассмотрим пример, как при помощи статистического пакета «MS Office Excel» провести расчет коэффициента корреляции Пирсона, используемого на массиве эмпирических данных, подпадающих под нормальное распределение.

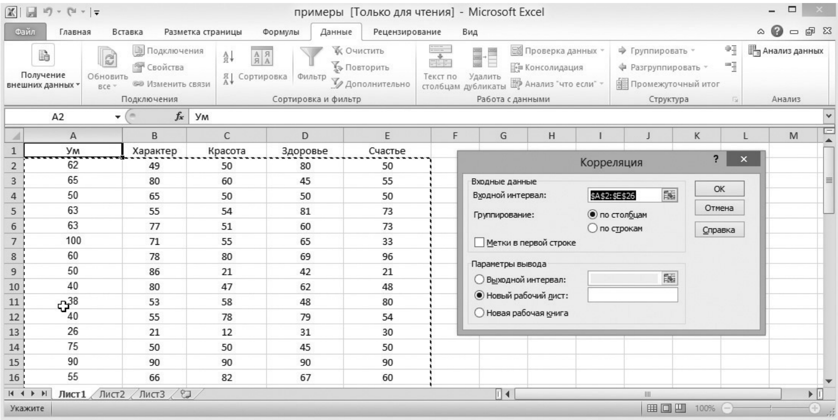
Пример задачи: Исследователь должен выяснить, как связаны между собой значения пяти шкал методики изучения самооценки (Дембо-Рубинштейн): 1 – «ум», 2 – «характер», 3 – «красота», 4 – «здоровье», 5 – «счастье» у 25 испытуемых.

Решение: После проведения подготовительных работ с документом он будет выглядеть следующим образом:



	A	B	C	D	E
1	Ум	Характер	Красота	Здоровье	Счастье
2	62	49	50	80	50
3	65	80	60	45	55
4	50	65	50	50	50
5	63	55	54	81	73
6	63	77	51	60	73
7	100	71	55	65	33
8	60	78	80	69	96
9	50	86	21	42	21
10	40	80	47	62	48
11	38	53	58	48	80
12	40	55	78	79	54
13	26	21	12	31	30
14	75	50	50	45	50
15	90	90	90	90	90
16	55	66	82	67	60

Для решения поставленной задачи методами статистического анализа Excel на панели инструментов нужно выбрать «Данные» > «Анализ данных» > «Описательная статистика» > «Корреляция»:



В диалоговом окне «Корреляция» необходимо в строке «Входной интервал» обозначить массив данных, который исследователь собирается проанализировать методом корреляции.

В нашем примере статистический пакет Excel произвёл следующие расчёты:

	Столбец 1	*Столбец 2*	*Столбец 3*	*Столбец 4*	*Столбец 5*
Столбец 1	1				
Столбец 2	0,378738046	1			
Столбец 3	0,492864094	0,310419706	1		
Столбец 4	0,559649879	0,416382303	0,604736591	1	
Столбец 5	0,241840175	0,216939011	0,570103116	0,263077324	1

Исходя из данных таблицы критические значения коэффициента корреляции Пирсона (Приложение 2, Таблица 2), статистически достоверными могут считаться зависимости в тех парах, где значение коэффициента корреляции не менее 0,396 (при n=25, p<0,05).

В нашем примере мы выявили пять пар переменных, между которыми образуется корреляционная связь: «1-Ум & 3-Красота», «1-Ум & 4-Здоровье», «2-Характер & 4-Здоровье», «3-Красота & 4-Здоровье», «3-Красота & 5-Счастье».

Также, рассчитать коэффициент корреляции Пирсона r_{xy} возможно при помощи специальных формул:

$$r_{xy} = \Sigma(X\times Y)/\,(\Sigma X^2\times\Sigma Y^2), \qquad (4.2)$$

где $X = x_i - X_{cp}$, $Y = y_i - Y_{cp}$.

Эта формула сопоставляет сами величины признаков и, в конечном счёте, основана на вычислении «совместной дисперсии» $\sigma^2{}_{xy}$ двух переменных x_i и y_i и на делении её на произведение отдельных среднеквадратических отклонений, т. е.

$$r_{xy} = \sigma^2{}_{xy}/\sigma_x \times \sigma_y. \qquad (4.3)$$

Пример вычисления. Десять испытуемых (А, Б, В, и т. д.) в эксперименте по заучиванию двузначных чисел дали по первой пробе такие результаты: 3, 4, 4, 5, 3, 4, 5, 2, 3, 5 (x_i). Эти же испытуемые при непроизвольном запоминании слов имели такие показатели: 5, 9, 8, 6, 4, 5, 8, 7, 5, 6 (y_i). Посмотрим, коррелируют ли между собой два этих показателя эффективности запоминания.

Вычисления удобнее вести в специальной табл. 4.2.

Таблица 4.2

Испытуемые	(x_i)	(y_i)	$X = x_i\text{-}X_{cp}$	$Y = y_i\text{-}Y_{cp}$	XY	X^2	Y^2
А	3	5	-0,8	-1,3	1,04	0,64	1,69
Б	4	9	0,2	2,7	0,54	0,04	7,29
В	4	8	0,2	1,7	0,34	0,04	2,89
Г	5	6	1,2	-0,3	-0,36	1,44	0,09
Д	3	4	-0,8	-2,3	1,84	0,64	5,29
Е	4	5	0,2	-1,3	-0,26	0,04	1,69
Ж	5	8	1,2	1,7	2,04	1,44	2,89
З	2	7	-1,8	0,7	-1,26	3,24	0,49
И	3	5	-0,8	-1,3	1,04	0,64	1,69
К	5	6	1,2	-0,3	-0,36	1,44	0,09
Σ	38	63			4,6	9,6	24,1

$$X_{\text{ср}} = 38/10 = 3{,}8 \qquad У_{\text{ср}} = 63/10 = 6{,}3.$$
$$r_{xy} = X \times Y/X^2 \times Y^2 = 4{,}6/9{,}6 \times 24{,}1 = 4{,}6/231{,}36 = 0{,}2.$$

По данным табл. 4.2 (приложение 2), $r_{xy0,05}(10) = 0{,}632$, поэтому корреляция между двумя показателями эффективности памяти данной группы испытуемых не является статистически значимой.

Контрольные вопросы и задания

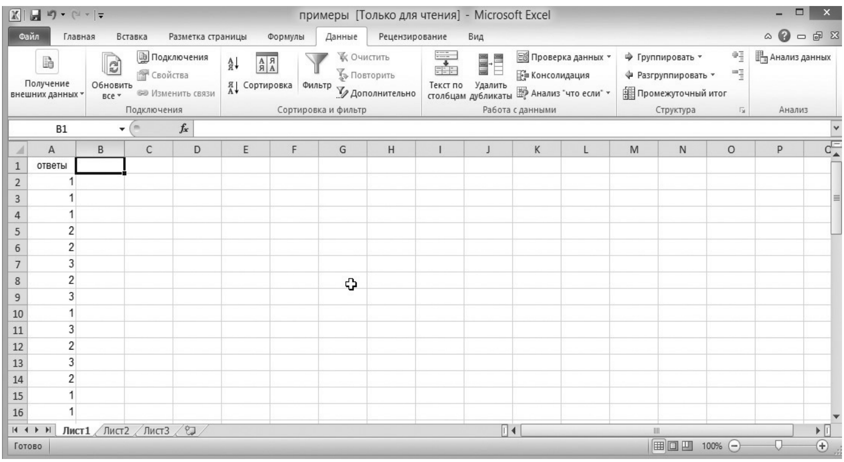
1. Что вычисляет коэффициент корреляции? Какие возможны его значения?
2. Покажите на примере последовательность расчета коэффициента ранговой корреляции Спирмена, используя табличный редактор Excel в лицензионном пакете Microsoft Office.
3. Покажите на примере последовательность расчета коэффициента корреляции Пирсона, используя табличный редактор Excel в лицензионном пакете Microsoft Office.
4. Произведите расчет коэффициента корреляции Пирсона на тех же данных, применяя формулы и таблицы для расчета промежуточных переменных.

5. ВЫЧИСЛЕНИЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

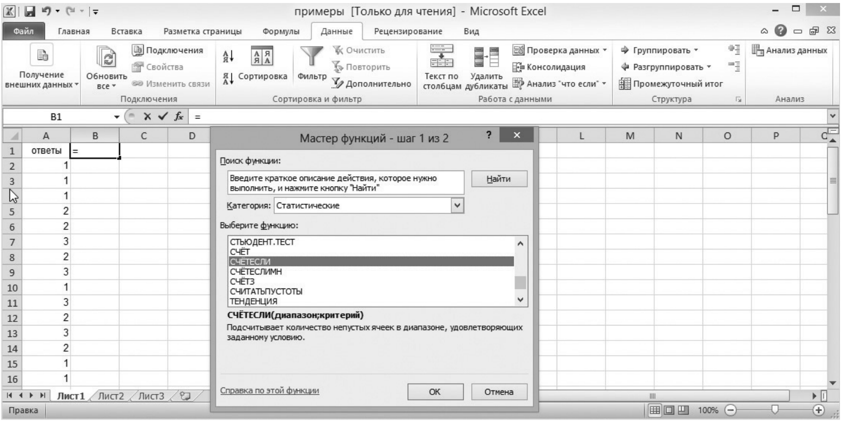
Для вычисления частотных характеристик при помощи «MS Office Excel» необходимо воспользоваться опцией «Вставить функцию».

Пример задачи: Исследователь должен определить количество респондентов, ответивших «1-да», «2-нет» и «3-не знаю» на следующий вопрос: «Изменился ли социально-психологический климат в служебном коллективе после проведенных в нем тренингов на сплоченность?».

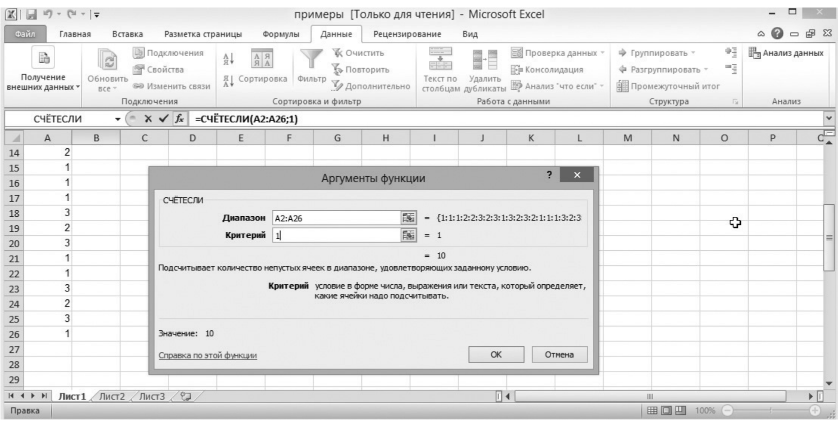
Решение: После проведения подготовительных работ с документом он будет выглядеть следующим образом:



Обязательно поставьте курсор на свободную (пустую) ячейку. Выберите опцию «Вставить функцию (f_x)», затем в диалоговом окне «Мастер функций» установите в категории «Статистические» функцию «СЧЕТЕСЛИ».



В диалоговом окне «Аргументы функции» необходимо в строке «Диапазон» обозначить массив данных, который исследователь собирается проанализировать. В строке «Критерий» обозначаем номер ответа (1, 2 или 3). В нашем примере статистический пакет Excel произвёл следующие расчёты:



Как видно из скриншота в нашем примере 10 человек ответили на поставленный в исследовании вопрос «да» (код 1). Таким же образом можно узнать количество ответов на вопросы «нет» (код 2) и «не знаю» (код 3).

Контрольные вопросы и задания

1. Проведите расчет частотных характеристик выборочных данных используя табличный редактор Excel в лицензионном пакете Microsoft Office.
2. Для расчета какого критерия используются частотные характеристики выборочных данных?
3. Проведите расчет критерия «хи-квадрат» Пирсона $\chi^2_{эмп}$ для выявления различий выборочных данных, предварительно рассчитав частотные характеристики сравниваемых параметров.

6. РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

Регрессионный анализ – это один из способов (наравне с корреляционным анализом) обнаружения зависимости одного параметра от одной или нескольких независимых переменных.

Результаты регрессионного анализа позволяют предсказать, чему в среднем будет равно значение одного признака при заданном значении другого признака.

Достаточно часто связь между двумя психологическими признаками имеет линейный характер:

$$y = a + bx,$$

где y и x – анализируемые признаки; a – *свободный член* уравнения; при $b = 0$ получаем $y = a$, т. е. a – это точка, в которой линия регрессии пересекается с осью OY (эту точку называют также «j-пересечением», или *«Intercept»); b – коэффициент регрессии,* отражающий угол наклона линии регрессии. Чем больше b отличается от 0, тем сильнее связь между анализируемыми признаками.

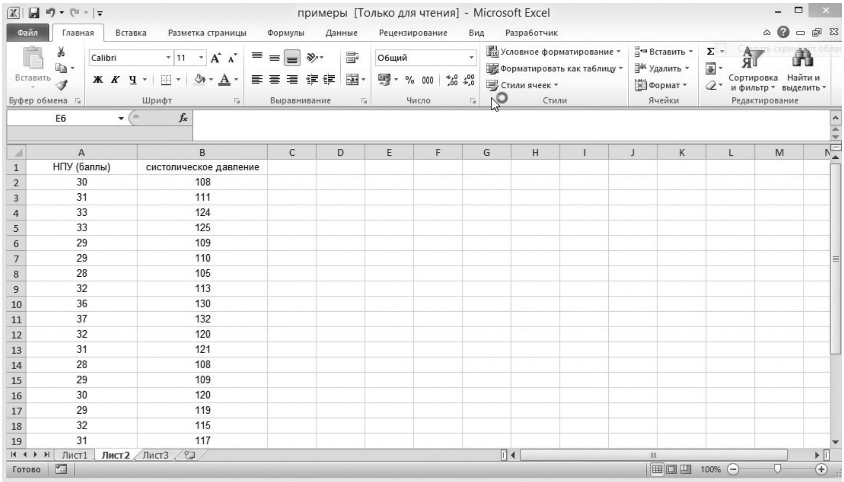
Даже если связь между психологическими признаками носит нелинейный характер (например, экспоненциальный), практически всегда можно выделить участки, хорошо аппроксимируемые линейной регрессией.

Приведенное выше уравнение можно использовать для описания связи между двумя признаками лишь при выполнении следующих обязательных условий:

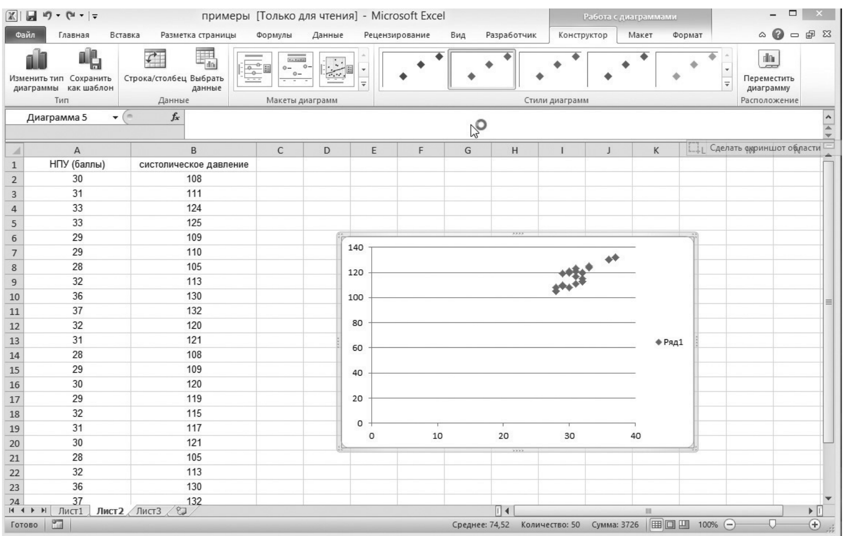
- зависимость между признаками носит линейный характер;
- оба признака распределены нормально.

Пример задачи*:* Исследователь должен определить коэффициенты линейного регрессионного уравнения, описывающего связь между показателями нервно-психической устойчивостью (НПУ) и систолического давления испытуемых.

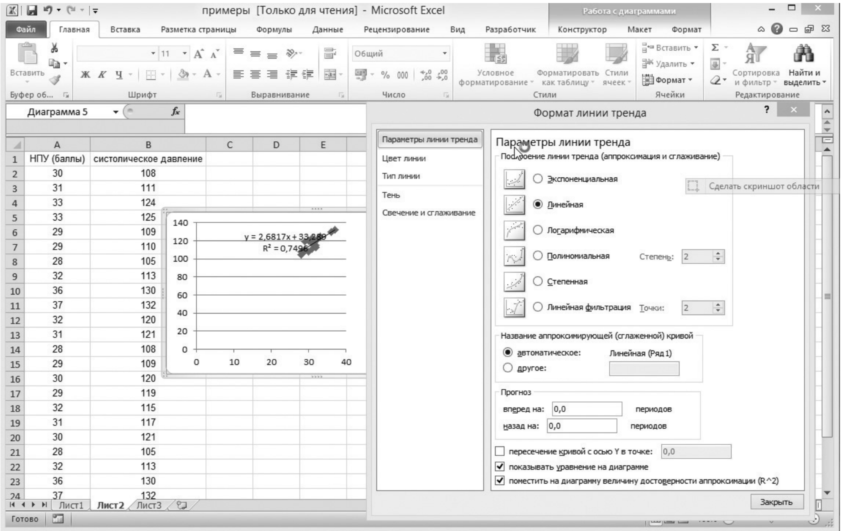
Решение*:* Расчет коэффициента регрессионного уравнения можно выполнить при помощи статистического пакета Excel. После проведения подготовительных работ с документом он будет выглядеть следующим образом:



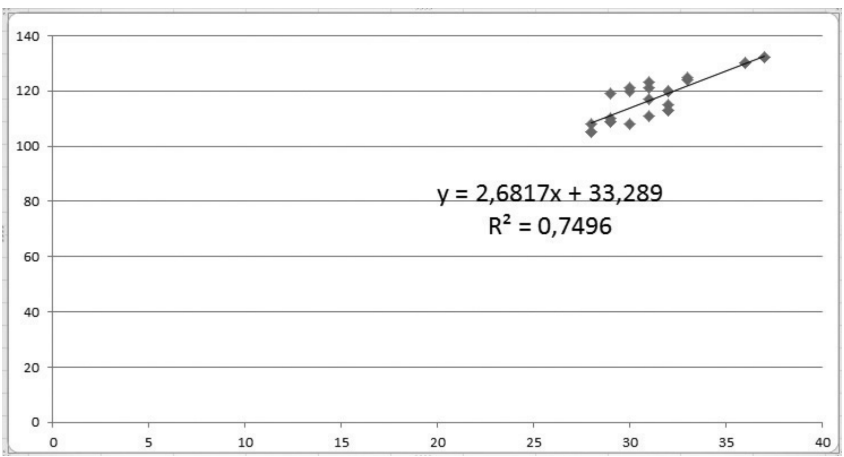
Для решения поставленной задачи методами статистического анализа Excel в первую очередь следует выделить массив данных двух переменных, а затем на панели инструментов нужно выбрать «Вставка» > «Гистограмма» > «Точечная». В итоге произведенный анализ данных позволяет построить корреляционное поле:



Щелкаем левой кнопкой мыши по любой точке на диаграмме. Потом правой. В открывшемся меню выбираем «Добавить линию тренда»:



Назначаем параметры для линии. Тип – «Линейная». Внизу необходимо поставить галочку напротив опции «Показать уравнение на диаграмме» и «Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации (R^2)». Подробно рассмотрим данные проведенного регрессионного анализа.



В целом построенная регрессионная модель отлично описывает связь между систолическим давлением и нервно-психической устойчивостью. R^2 (коэффициент детерминации) – очень важный показатель в регрессионном анализе. Он изменяется от 0 до 1 и отражает «качество» рассчитанной регрессии, показывая долю (%) общего разброса выборочных точек, которая «объясняется» построенной регрессией (например, при R^2 = 0,85, следует вывод о том, что 85 % дисперсии зависимой переменной y объясняется вариацией независимой переменной x). В нашем примере переменной x выступают показатели НПУ, а y – систолического давления. Полученный коэффициент детерминации равен 0,7496, или 74,96 %. Это означает, что расчетные параметры модели на 74,96 % объясняют зависимость между изучаемыми параметрами. Чем выше коэффициент детерминации, тем качественнее модель. Хороший уровень детерминации – выше 0,8. Плохой – меньше 0,5.

Контрольные вопросы и задания

1. Какую задачу решает регрессионный анализ при обработке эмпирических данных исследования?
2. Проведите расчет регрессионного уравнения по выборочным данным двух переменных, полученных в ходе эмпирического исследования, применяя табличный редактор Excel в лицензионном пакете Microsoft Office.
3. Какую роль играет коэффициент детерминации R^2 в регрессионном анализе? Что означает значение R^2, полученное при проведении регрессионного анализа в предыдущем задании?

Библиографический список

1. Дружинин В. Н. Экспериментальная психология. – СПб. : Питер, 2011. – 320 с.
2. Ермолаев-Томин О. Ю. Математические методы в психологии : учебник для бакалавров. – М. : Юрайт, 2013. – 511 с.
3. Корнилова Т. В. Экспериментальная психология : в 2 ч. Ч. 1. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Юрайт, 2016. – 383 с.
4. Куликов Л. В. Психологическое исследование : методические рекомендации по проведению. – СПб. : ООО «Речь», 2001. – С. 90–92.
5. Мастицкий С. Э. Методическое пособие по использованию программы STATISTICA при обработке данных биологических. – Мн. : РУП «Институт рыбного хозяйства», 2009. – 76 с.
6. Носс И.Н. Экспериментальная психология : учебник и практикум для академического бакалавриата. – М. : Юрайт, 2015. – 321 с.
7. Практикум по общей, экспериментальной и прикладной психологии / под ред. А. А. Крылова, С. А. Маничева. – 2-е изд., доп. и перераб. – СПб., 2003. – 560 с.
8. Сидоренко Е. В. Методы математической обработки в психологии. – СПб. : ООО «Речь», 2000. – 350 с.
9. Субботина А. В., Гржибовский А. М. Описательная статистика и проверка нормальности распределения количественных данных // Экология человека. – 2014. – №2. – С. 51–57.
10. Халифян А. А. STATISTICA 6. Статистический анализ данных : учебник. – 3-е изд. – М. : Бином-Пресс, 2008. – 512 с.
11. Худяков А. И. Экспериментальная психология в схемах и комментариях. – СПб. : Питер, 2008. – 320 с.
12. Волков Б. С., Волкова Н. В., Губанов А. В. Методология и методы психологического исследования : учебное пособие для вузов. – М. : Академический проект, 2010. – 382 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Таблица 1

Значения критерия t_{st} для отбраковки выпадающих вариант при разных уровнях значимости (p)

	p				p		
n	0,05	0,01	0,001	n	0,05	0,01	0,001
–	–	–	–	–	–	–	–
5	3,04	5,04	9,43	21	2,145	2,932	3,979
6	2,78	4,36	7,41	25	2,105	2,852	3,819
7	2,62	3,96	6,37	30	2,079	2,802	3,719
8	2,51	3,71	5,73	35	2,061	2,768	3,652
9	2,43	3,54	5,31	40	2,048	2,742	3,602
10	2,37	3,41	5,01	45	2,038	2,722	3,565
11	2,33	3,31	4,79	50	2,030	2,707	3,532
12	2,29	3,23	4,62	60	2,018	2,683	3,492
13	2,26	3,17	4,48	70	2,009	2,667	3,462
14	2,24	3,12	4,37	80	2,003	2,655	3,439
15	2,22	3,08	4,28	90	1,998	2,646	3,423
16	2,20	3,04	4,20	100	1,994	2,639	3,409
17	2,18	3,01	4,13	∞	1,960	2,576	3,291
18	2,17	2,98	4,07				

Таблица 2

Значение функции $f(o_i)$ (ординаты нормальной кривой)

o_i	Сотые доли o_i									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0614	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0388	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180

o_i	Сотые доли o_i									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001
4,0	0001	0001	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000

Примечание. Значения ординат увеличены в 10 000 раз.

Таблица 3

Критические значения критерия χ^2 для уровней статистической значимости $p \leq 0,05$ и $p \leq 0,01$ при разном числе степеней свободы V

Различия между двумя распределениями могут считаться достоверными, если $\chi^2_{эмп}$ достигает или превышает $\chi^2_{0,05}$, и тем более достоверными, если $\chi^2_{эмп}$ достигает или превышает $\chi^2_{0,01}$ (по Большеву Л.Н., Смирнову Н.В., 1983).

	p			*p*	
V	0,05	0,01	*V*	0,05	0,01
1	3,841	6,635	23	35,172	41,638
2	5,991	9,210	24	36,415	42,980
3	7,815	11,345	25	37,652	44,314
4	9,488	13,277	26	38,885	45,642
5	11,070	15,086	27	40.113	46,963
6	12,592	16,812	28	41,337	48,278
7	14.067	18.475	29	42,557	49.588
8	15,507	20,090	30	43,773	50,892
9	16,919	21,666	31	44,985	52,191
10	18,307	23,209	32	46,194	53,486
11	19,675	24,725	33	47.400	54,776
12	21,026	26,217	34	48.602	56,061
13	22,362	27,688	35	49,802	57,342
14	23.685	29,141	36	50,998	58,619
15	24,996	30,578	37	52,192	59,892
16	26,296	32,000	38	53,384	61,162
17	27,587	33,409	39	54,572	62,428
18	28,869	34,805	40	55,758	63,691
19	30,144	36,191	41	56.942	64,950
20	31,410	37,566	42	58,124	66,206
21	32,671	38,932	43	59,304	67,459
22	33,924	40,289	44	60,481	68,709

Окончание таблицы 3

	p			*p*	
V	0,05	0,01	*V*	0,05	0,01
45	61,656	69,957	73	93,945	104,010
46	62,830	71,201	74	95,081	105,202
47	64,001	72,443	75	96,217	106,393
48	65,171	73,683	76	97,351	107,582
49	66,339	74,919	77	98.484	108,771
50	67,505	76,154	78	99.617	109,958
51	68,669	77,386	79	100,749	111,144
52	69,832	78,616	80	101.879	112,329
53	70,993	79.84'3	81	103,010	113,512
54	72.153	81,069	82	104,139	114,695
55	73,311	82,292	83	105,267	115.876
56	74,468	83,513	84	106,395	117,057
57	75,624	84,733	85	107,522	118,236
58	76,778	85.950	86	108,648	119,414
59	77,931	87,166	87	109,773	120,591
60	79,082	88.379	88	110,898	121,767
61	80,232	89,591	89	112,022	122,942
62	81,381	90,802	90	113,145	124,116
63	82,529	92.010	91	114,268	125,289
64	83,675	93,217	92	115,390	126,462
65	84,821	94,422	93	116,511	127,633
66	85,965	95,626	94	117,632	128.803
67	87,108	96,828	95	118,752	129,973
68	88,250	98,028	96	119,871	131,141
69	89,391	99,227	97	120,990	132,309
70	90,631	100.425	98	122,108	133,476
71	91,670	101,621	99	123,225	134,642
72	92,808	102,816	100	124,342	135,807

Таблица 4

Значения критерия *t* Стьюдента при различных уровнях значимости (*p*)

Число степеней свободы *d*	Уровень значимости		
	0,05	0,01	0,001
1	12,71	63,66	–
2	4,30	9,93	31,60
3	3,18	5,84	12,94
4	2,78	4,60	8,61
5	2,57	4,03	6,86
6	2,45	3,71	5,96
7	2,37	3,50	5,41
8	2,31	3,36	5,04
9	2,26	3,25	4,78
10	2,23	3,17	4,59
11	2,20	3,11	4,44
12	2,18	3,06	4,32
13	2,16	3,01	4,22
14	2,15	2,98	4,14
15	2,13	2,95	4,07
16	2,12	2,92	4,02
17	2,11	2,90	3,97
18	2,10	2,88	3,92
19	2,09	2,86	3,88
20	2,09	2,85	3,85
21	2,08	2,83	3,82
22	2,07	2,82	3,79
23	2,07	2,81	3,77
24	2,06	2,80	3,75
25	2,06	2,79	3,73
26	2,06	2,78	3,71
27	2,05	2,77	3,69
28	2,05	2,76	3,67
29	2,05	2,76	3,66
30	2,04	2,75	3,65
100	1,96	2,58	3,29

Приложение 2

Таблица 1

Критические значения выборочного коэффициента корреляции рангов R_s Спирмена

z	*p*		*z*	*p*		*z*	*p*	
	0,05	0,01		0,05	0,01		0,05	0,01
5	0,94		17	0,48	0,62	29	0,37	0,48
6	0,85		18	0,47	0,60	30	0,36	0,47
7	0,78	0,94	19	0,46	0,58	31	0,36	0,46
8	0,72	0,88	20	0,45	0,57	32	0,36	0,45
9	0,68	0,83	21	0,44	0,56	33	0,34	0,45
10	0,62	0,79	22	0,43	0,54	34	0,34	0,44
11	0,61	0,76	23	0,42	0,53	35	0,33	0,43
12	0,58	0,73	24	0,41	0,52	36	0,33	0,43
13	0,56	0,70	25	0,40	0,51	37	0,33	0,42
14	0,54	0,68	26	0,39	0,50	38	0,32	0,41
15	0,52	0,66	27	0,38	0,49	39	0,32	0,41
16	0,50	0,64	28	0,38	0,48	40	0,31	0,40

Примечание: здесь p – уровень значимости, z – объем выборки.

Если вычисленное значение $R_S < R_{S0,05}$, то корреляция не является статистически значимой. Если эмпирическое значение $R_S \geq R_{S0,01}$, то корреляция является достоверной.

Таблица 2

Критические значения коэффициента корреляции r_{xy} Пирсона

n\P	0,05	0,01	n\P	0,05	0,01
4	0,950	0,990	26	0,388	0,496
5	0,878	0,959	27	0,381	0,487
6	0,811	0,917	28	0,371	0,478
7	0,754	0,874	29	0,367	0,470
8	0,707	0,834	30	0,361	0,463
9	0,666	0,798	35	0,332	0,435
10	0,632	0,765	40	0,310	0,407
11	0,602	0,735	45	0,292	0,384
12	0,576	0,708	50	0,277	0,364
13	0,553	0,684	60	0,253	0,333
14	0,532	0,661	70	0,234	0,308
15	0,514	0,641	80	0,219	0,288
16	0,497	0,623	90	0,206	0,272
17	0,482	0,606	100	0,196	0,258
18	0,468	0,590	125	0,175	0,230
19	0,456	0,575	150	0,160	0,210
20	0,444	0,561	200	0,138	0,182
21	0,433	0,549	250	0,142	0,163
22	0,423	0,537	300	0,113	0,148
23	0,413	0,526	400	0,098	0,128
24	0,404	0,515	500	0,088	0,115
25	0,396	0,505	1000	0,062	0,081

Примечание: корреляция статистически значима, если $r_{xy} \geq r_{xy0,01}$. Если $r_{xy} < r_{xy0,05}$, то корреляция не является значимой.

Приложение 3.
Примеры применения математико-статистических методов обработки данных в психологических исследованиях

Пример 1. Определим, связаны ли между собой индивидуальные показатели готовности к обучению в центре подготовки операторов, полученные до начала обучения у кандидатов на учебу, и их средняя успеваемость в конце периода обучения с помощью коэффициента ранговой корреляции Спирмена.

Коэффициент корреляции R_s Спирмена вычисляется по формуле:

$$R_s = 1 - 6\sum d_i^2 / N(N^2 - 1) \qquad (1)$$

где N – количество ранжируемых признаков (показателей, испытуемых); d_i – разность между рангами по двум переменным (например, по качеству деятельности и результатам выполнения теста) для каждого испытуемого.

Для решения этой задачи необходимо проранжировать, во-первых, значения показателей готовности к обучению и, во-вторых, итоговые показатели успеваемости в конце периода обучения. Результаты представлены в таблице 1:

Таблица 1

Ранги показателей готовности к обучению и успеваемости операторов

№ кандидата п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ранги показателей готовности	3	5	6	1	4	11	9	2	8	7	10
Ранги успеваемости	2	7	8	3	4	6	11	1	10	5	9
d_i	1	-2	-2	-2	0	5	-2	1	-2	2	1
d_i^2	1	4	4	4	0	25	4	1	4	4	1

Полученные данные подставляем в формулу (1) и производим расчет:

$$R_s = 1–6×52/(11(11^2–1)) = 0,76.$$

Для нахождения уровня значимости обращаемся к табл. 1 (приложения 3), в которой приведены критические значения для коэффициентов ранговой корреляции. Уровни значимости определяем по числу испытуемых n. В нашем случае $n = 11$. Тогда для уровня значимости $p = 0,05$ коэффициент корреляции $R_{кр1} = 0,61$ и для уровня значимости $p = 0,01$ – $R_{кр2} = 0,76$.

Полученный коэффициент корреляции совпал с критическим значением для уровня значимости, равного 0,01. Следовательно, можно утверждать, что показатели готовности и итоговые оценки успеваемости связаны положительной корреляционной зависимостью. Иначе говоря, чем выше показатель готовности, тем успешнее будет учиться кандидат. В терминах статистических гипотез необходимо принять гипотезу о наличии взаимосвязи, т. е. связь между показателями готовности и средней успеваемостью отлична от нуля.

Пример 2.

Определим, влияет ли уровень интеллекта операторов на их профессиональные достижения с помощью критерия «хи-квадрат».

С помощью критерия «хи-квадрат» Пирсона $\chi^2_{эмп}$, устанавливающего степень значимости различия распределений признака, полученных при обследовании двух групп лиц, разделенных по частным или обобщенным показателям профессиональной эффективности или другим прогнозируемым показателям, по формуле:

$$\chi^2_{эмп} = \sum_{i=1}^{k} x_i^2 / f_{mi}, \qquad (2)$$

где x_i – разность между эмпирическими и «теоретическими» частотами; k – количество разрядов признака; f_{mi} – вычисленная или «теоретическая» частота; или

$$\chi^2_{эмп} = M\{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} C_{ij}^2 / (C_i C_j) - 1\}, \qquad (3)$$

где n – число строк многопольной таблицы; m – число столбцов многопольной таблицы; C_{ij} – элементы многопольной таблицы; C_i – суммарные значения по строкам многопольной таблицы; C_j – суммарные значения по столбцам многопольной таблицы.

M – общее число значений (элементов) в многопольной таблице, вычисляемое по формуле:

$$M = n \times m, \tag{4}$$

При этом статистическая значимость рассчитываемых показателей должна быть не менее 0,05.

Для применения критерия $\chi^2_{\text{эмп}}$ необходимо соблюдать следующие условия:

– измерение может быть проведено в любой шкале;

– выборки должны быть случайными и независимыми;

– желательно, чтобы объем выборки был > 20. С увеличением объема выборки точность критерия повышается;

– теоретическая частота для каждого выборочного интервала не должна быть меньше 5;

– сумма наблюдений по всем интервалам должна быть равна общему количеству наблюдений;

– таблица критических значений критерия $\chi^2_{\text{эмп}}$ рассчитана для числа степеней свободы v, которое каждый раз рассчитывают по определенным правилам.

В общем случае число степеней свободы вычисляется по формуле:

$$v = c - 1, \tag{5}$$

где c – число альтернатив (признаков, значений, элементов) в сравниваемых переменных.

Для таблиц число степеней свободы вычисляют по формуле:

$$v = (n - 1)(m - 1), \tag{6}$$

где n – число строк, m – число столбцов.

Первый способ решения – по формуле (2).

Например, 90 человек оценили по степени их профессиональных достижений и по уровню интеллекта. При разбиении на уровни (градации признака) по обоим признакам было взято три уровня. Для показателя профессиональных достижений были получены следующие частоты признака: 20 человек с высоким уровнем профессиональных достижений, 40 – со средним и 30 – с низким. Первая группа составляет 22,2%, вторая – 44,4% и третья – 33,3% от всей выборки. При разбиении по уровню интеллекта было взято три равных по численности группы – по 30 человек: с уровнями интеллекта ниже среднего, средним и выше среднего. Каждая группа составляет 33,3% от всей выборки. Все эмпирические данные (частоты) представлены в табл. 2:

Таблица 2

Частота распределения испытуемых по уровням оцениваемых признаков

IQ	Оценка профессиональных достижений			Всего
	Ниже среднего	Средняя	Выше среднего	
Ниже среднего	20 A (10)	5 S (13,3)	5 C (6,7)	30
Средний	5 D(10)	15 E(13,3)	10 F (6,7)	30
Выше среднего	5 G(10)	20 H(13,3)	5 J (6,7)	30
Итого	30	40	20	90

Для удобства каждая ячейка таблицы обозначена соответствующей латинской буквой: *A, S, C* и т. д. Табл. 2 устроена следующим образом: в ячейку, обозначенную символом *A,* заносят эмпирические частоты (или число) тех испытуемых, которые одновременно обладают характеристикой: ниже среднего по уровню профессиональных достижений и ниже среднего по интеллекту. Таких испытуемых (эмпирических частот) оказалось 20. В ячейку, обозначаемую символом *S,* заносят эмпирические частоты (или число) тех испытуемых, которые одновременно обладают характеристикой: средние по уровню профессиональных достижений и ниже среднего по интеллекту. Таких испытуемых (эмпирических частот) оказалось 5. В ячейку, обозначенную символом *C*, заносят эмпирические частоты (или число) тех испытуемых, которые одновременно обладают характеристикой: выше среднего по уровню профессиональных достижений и ниже среднего по интеллекту. Таких испытуемых (эмпирических частот) оказалось также 5. Заметим, что 20+5+5=30, т. е. числу испытуемых, имеющих уровень интеллекта ниже среднего. Подобные «разбиения» были проделаны для каждой ячейки табл. 2. В круглых скобках в каждой ячейке таблицы представлены вычисленные для этой ячейки «теоретические» частоты.

Покажем, как для каждой ячейки табл. 2 найти соответствующую «теоретическую» частоту. Для этого для каждого столбца таблицы подсчитывают так называемые «частости» в процентах:

$$30/90 \times 100\ \% = 33{,}3\ \%;$$
$$40/90 \times 100\ \% = 44{,}4\ \%;$$
$$20/90 \times 100\ \% = 22{,}2\ \%.$$

Полученные величины «частостей» дают возможность подсчитать «теоретические» частоты для каждой ячейки. Они служат основой для подсчета «гипотетических» (а по сути теоретических) частот, т. е. таких, которые при заданном соотношении экспериментальных данных должны были бы быть расположены в соответствующих ячейках табл. 2.

Согласно этому положению «теоретическую» частоту для ячейки *A* подсчитывают следующим образом. 30 человек имеют уровень интеллекта ниже среднего, поэтому 33,3 % от этого числа должны были бы попасть в группу с профессиональными достижениями ниже среднего уровня. Находим эту «гипотетическую» величину: $30 \times 33{,}3\ \%/100\% = 9{,}99 \approx 10$.

Аналогично подсчитывают «теоретические» частоты для ячеек *D, G, S, E, H, C, F и J.*

Проверка правильности расчета «теоретических» частот для всех столбцов таблицы 2 проводят следующим образом: $10 + 10 + 10 = 30$; $13{,}3 + 13{,}3 + 13{,}3 = 39{,}9 \approx 40$; $6{,}7 + 6{,}7 + 6{,}7 = 20{,}1 \approx 20$.

Для проверки правильности расчета «теоретических» частот в случае сравнения двух эмпирических наблюдений или для сравнения показателей внутри одной выборки может использоваться следующая формула:

$$f_{Cij} = \Sigma f_i \times \Sigma f_j / K, \qquad (7)$$

где f_{Cij} – теоретическая частота в соответствующей ячейке многопольной таблицы; Σf_i – сумма эмпирических частот по строке; Σf_j – сумма эмпирических частот по столбцу; K – общее количество наблюдений.

Теперь используем формулу (2):

$$\chi^2_{\text{эмп}} = (20\text{-}10)^2/10+(5\text{-}13{,}3)^2/13{,}3+(5\text{-}6{,}7)^2/6{,}7+(5\text{-}10)^2/10+ \\ +(15\text{-}13{,}3)^2/13{,}3+(10\text{-}6{,}7)^2/6{,}7+(5\text{-}10)^2/10+(20\text{-}13{,}3)^2/13{,}3+ \\ +(5\text{-}6{,}7)^2/6{,}7 = 26{,}5$$

Число степеней свободы подсчитаем по формуле (6):

$$v = (n-1)(m-1) = (3-1)(3-1) = 4.$$

В соответствии с таблицей 3 (приложение 1):

$$\chi^2_{\text{кр1}} = 9{,}49 \text{ для } p \leq 0{,}05 \text{ и } \chi^2_{\text{кр2}} = 13{,}28 \text{ для } p \leq 0{,}01.$$

Полученная эмпирическая величина критерия «хи-квадрат» $\chi^2_{\text{эмп}} = 26{,}5$ попадает в зону значимости, т. е. $\chi^2_{\text{эмп}} > \chi^2_{\text{кр2}}(p \leq 0{,}01)$. Иными словами, следует принять гипотезу о том, что уровень интеллекта влияет на успешность профессиональной деятельности.

Второй способ решения – по формуле (3).

Подставив данные табл. 2 в формулу (3), получим:

$$\chi^2_{\text{эмп}} = 90(1/30(20^2/30+5^2/40+5^2/20)+1/30(5^2/30+15^2/40+10^2/20)+ \\ +1/30(5^2/30+20^2/40+5^2/20)\text{-}1) = 90(1/2+13/24+1/4\text{-}1) = 26{,}5.$$

Как и следовало ожидать, эмпирическое значение «хи-квадрат» получено то же самое, что и при первом способе решения. Все дальнейшие операции уже проделаны выше при первом способе решения данной задачи. Второй способ существенно проще первого, однако при расчетах по формуле (3) можно легко допустить ошибки. Как первый, так и второй способы расчета эмпирического значения «хи-квадрат» позволяют работать с таблицами практически любой размерности: 3×4, 4×4, 5×3, 5×6 и т. п.

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК

Богаевский Владимир Александрович,
кандидат психологических наук
Паршутин Игорь Александрович,
кандидат психологических наук, доцент
Сударик Александр Николаевич,
кандидат психологических наук, доцент
(Московский университет МВД России имени В.Я. Кикотя)

МАТЕМАТИКО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ ПСИХОЛОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Учебное пособие

(2-е изд., перераб. и доп.)

Редактор ***В. П. Титова***
Корректор ***В. П. Титова***
Компьютерная верстка ***Е. А. Кухаревой***

Оригинал-макет подготовлен в Московском университете МВД России имени В.Я. Кикотя

Подписано в печать 22.07.2019.
Формат $60 \times 90^1/_{16}$. Бумага офсетная. Гарнитура Times New Roman
Усл. печ. л. 4,5. Тираж 1000 экз. Заказ № 3462.
Макет подготовлен и отпечатан при участии ООО ИПК «Медиа-Принт»
143200, г. Можайск, ул. Мира, 93.